2.1 Kinematika

2.1 Vyjádřete rychlosti 10 m · s^{-1}, 20 m · s^{-1}, 30 m · s^{-1} a 40 m · s^{-1} v kilometrech za hodinu.

2.2 Vyjádřete rychlosti 18 km · h^{-1}, 54 km · h^{-1} a 90 km · h^{-1} v metrech za sekundu.

2.3 Automobil ujel vzdálenost 180 km za 2,5 hodiny. Jaká byla jeho průměrná rychlost?

2.4 Rychlík ujel mezi dvěma stanicemi dráhu 7,5 km za 5 minut. Určete jeho průměrnou rychlost v jednotkách m · s^{-1} a km · h^{-1}.

2.5 Cyklista projel dráhu 3 km za 10 minut. Jaká byla jeho průměrná rychlost? Jakou dráhu by ujel při této průměrné rychlosti za půl hodiny?

2.6 Automobil projel úsek silnice 600 m za dobu 40 s. Na tomto úseku byla dopravní značkou předepsána nejvyšší dovolená rychlost 40 km · h^{-1}. O jakou hodnotu překročil řidič automobilu tuto rychlost?

2.7 Automobil jel tři čtvrtiny celkové doby jízdy rychlostí 90 km · h^{-1}, zbývající dobu jízdy rychlostí 50 km · h^{-1}. Vypočítejte jeho průměrnou rychlost.

2.8 Automobil projel tři čtvrtiny celkové dráhy rychlostí 90 km · h^{-1} a zbývající část dráhy rychlostí 50 km · h^{-1}. Vypočítejte jeho průměrnou rychlost.

2.9 Turista šel 2 hodiny po rovině rychlostí 6 km · h^{-1}, další hodinu vystupoval do prudkého kopce rychlostí 3 km · h^{-1}. Jaká byla jeho průměrná rychlost?

2.10 Nákladní automobil jel první polovinu dráhy po dálnici rychlostí 80 km · h^{-1}, druhou polovinu dráhy po polní cestě rychlostí 20 km · h^{-1}. Vypočítejte jeho průměrnou rychlost.

2.11 Cyklista jede úsek cesty o délce 18 km rychlostí 15 km · h^{-1} a úsek o délce 9 km rychlostí 30 km · h^{-1}. Jaká je jeho průměrná rychlost?

2.12 Řidič automobilu plánuje jízdu do vzdálenosti 30 km na dobu půl hodiny. Nejprve je však nucen jet 20 minut za kolonou pomalých vozidel rychlostí 30 km · h^{-1}. Jakou rychlostí by musel jet ve zbývajícím čase 10 minut, aby dorazil do cíle za plánovanou dobu?

2.13 Rychloměr automobilu ukazoval po dobu 15 minut stálou rychlost 80 km · h^{-1}. Jakou dráhu automobil urazil?

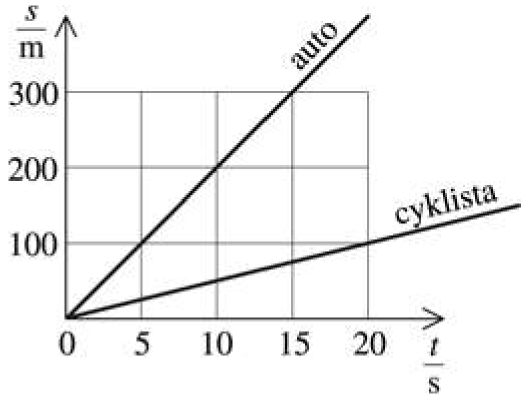
2.14 Za jakou dobu uběhne atlet dráhu 400 m, běží-li stálou rychlostí 8 m · s^{-1}?

2.15 Hmotný bod se pohybuje stálou rychlostí 25 cm · s^{-1} po dobu 3 minut. a) Jakou dráhu hmotný bod urazí? b) Za jakou dobu by hmotný bod při dané rychlosti urazil dráhu 10 m?

2.16 Vzdálenost Země od Slunce je přibližně 150 milionů km. Rychlost světla ve vakuu je přibližně 300 000 km · s^{-1}. Za jakou dobu dorazí světelný signál ze Slunce na Zemi?

2.17 Tunelem o délce 700 m projíždí vlak dlouhý 200 m tak, že od vjezdu lokomotivy do tunelu do výjezdu posledního vagonu z tunelu uplyne doba 1 minuty. Určete rychlost vlaku.

2.18 Na obr. 2-18 [2-1] jsou nakresleny grafy závislosti dráhy na čase automobilu a cyklisty. Z grafu určete a) jak velkou rychlostí se pohybuje automobil a jak velkou rychlostí cyklista, b) jakou dráhu urazí za dobu 15 s automobil a jakou dráhu cyklista.



Obr. 2-18

2.19 Po dvoukolejné trati jede v jednom směru osobní vlak délky 160 m stálou rychlostí 54 km · h^{-1}, v protisměru rychlík délky 240 m. a) Jak velkou rychlostí jede rychlík, který míjí strojvůdce osobního vlaku po dobu 6 s? b) Po jakou dobu míjí osobní vlak strojvůdce rychlíku?

2.20 Dva chlapci trénují běh na uzavřené dráze délky 400 m. Oba vyběhnou současně z téže startovní čáry týmž směrem. Chlapec A běží stálou rychlostí 5 m · s^{-1}, chlapec B stálou rychlostí 3 m · s^{-1}. Za jakou dobu chlapec A doběhne poprvé chlapce B? Jaké vzdálenosti za tuto dobu chlapci uběhnou?

2.21 Hmotný bod *A* se začne z určitého místa pohybovat po přímce stálou rychlostí 20 cm · s^{-1}. Za dobu 5 s se začne z téhož místa pohybovat ve stejném směru bod *B* stálou rychlostí 30 cm · s^{-1}. Za jakou dobu od startu hmotného bodu *A* a v jaké vzdálenosti od místa startu se budou oba hmotné body míjet? Řešte početně a graficky.

2.22 Z určitého místa vyjíždí nákladní auto a za půl hodiny za ním ve stejném směru osobní automobil. Předpokládáme, že nákladní auto jede stálou rychlostí 60 km · h^{-1}, osobní automobil stálou rychlostí 80 km · h^{-1}. Za jakou dobu od vyjetí nákladního auta a v jaké vzdálenosti od místa startu se budou obě vozidla míjet?

2.23 Nad věží radnice proletělo letadlo stálou rychlostí 600 km · h^{-1} a za 15 minut po něm ve stejném směru proudové letadlo stálou rychlostí 1 200 km · h^{-1}. Za jakou dobu a v jaké vzdálenosti od radnice bude první letadlo dostiženo letadlem proudovým?

2.24 Ze dvou míst, jejichž vzdálenost je 6 km, vyjedou současně proti sobě traktor a motocykl. Traktor jede rychlostí 36 km · h^{-1}, motocykl rychlostí 72 km · h^{-1}. U obou vozidel předpokládáme stálou rychlost po celou dobu jízdy. Za jakou dobu a v jaké vzdálenosti od místa startu traktoru se vozidla setkají?

2.25 Na přímé silnici předjíždí osobní auto pomalejší autobus tak, že začne předjíždět v odstupu 20 m od autobusu a po předjetí se před něj zařadí opět v odstupu 20 m. Osobní auto předjíždí stálou rychlostí 72 km · h^{-1}, autobus jede stálou rychlostí 54 km · h^{-1}. Délky vozidel jsou 5 m a 15 m. Jakou dobu předjíždění trvá a jakou dráhu k tomu osobní auto potřebuje?

2.26 Na klidné hladině jezera pluje výletní loď stálou rychlostí $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Po palubě lodi jde cestující A ve směru pohybu lodi rychlostí $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a cestující B proti směru pohybu lodi rychlostí $3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Cestující C stojí na jednom místě paluby. Jak velkou rychlostí se pohybují jednotliví cestující vzhledem ke klidné hladině jezera?

2.27 U jedoucího železničního vozu existují body, které jsou vzhledem k povrchu Země v klidu. Existují však také body, které se pohybují opačným směrem, než je směr rychlosti jedoucího vozu. Které jsou to body?

2.28 Pásový traktor jede rychlostí $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Jak velkou rychlostí vzhledem k povrchu silnice se pohybuje horní a dolní část pásu traktoru?

2.29 Plavec plave v řece vzhledem k vodě stálou rychlostí $1{,}5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Rychlost proudu v řece je $3{,}5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Jak velkou rychlostí se plavec pohybuje vzhledem ke břehům řeky, jestliže plave a) po proudu, b) proti proudu řeky?

2.30 Veslice plující po řece urazila vzdálenost 120 m při plavbě po proudu za 12 s, při plavbě proti proudu za 24 s. Určete velikost rychlosti veslice vzhledem k vodě a velikost rychlosti proudu v řece. Obě rychlosti jsou konstantní.

2.31 Po vodorovné trati jede vlak stálou rychlostí $15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Kapky deště padají ve svislém směru rychlostí o velikosti $8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. a) Jak velká je rychlost kapek vzhledem k oknům vlaku? b) Jaký úhel svírají stopy dešťových kapek na okně vlaku se svislým směrem?

2.32 V železničním voze rychlíku jedoucího stálou rychlostí $24 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ vrhneme míček, jehož počáteční rychlost vzhledem k vozu je $7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Jak velká je počáteční rychlost míčku vzhledem k povrchu Země, jestliže ho vrhneme a) ve směru jízdy, b) proti směru jízdy, c) kolmo ke směru jízdy rychlíku?

2.33 Motorový člun se pohybuje vzhledem k vodě stálou rychlostí $13 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Rychlost vodního proudu v řece je $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. a) Pod jakým úhlem vzhledem k vodnímu proudu musí člun plout, aby se stále pohyboval kolmo ke břehům řeky? b) Jak velkou rychlostí se přibližuje člun k protějšímu břehu?

2.34 Plavec plave vzhledem k vodě stálou rychlostí $0{,}85 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Rychlost proudu v řece je $0{,}40 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, šířka řeky je 90 m. a) Jak velká je výsledná rychlost plavce vzhledem k břehům řeky, pohybuje-li se kolmo k proudu? b) Za jakou dobu plavec přeplave řeku?

2.35 Po otevření padáku klesá výsadkář k Zemi stálou rychlostí $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, přičemž ho unáší boční vítr stálou rychlostí $1{,}5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Určete a) velikost jeho výsledné rychlosti vzhledem k Zemi, b) vzdálenost místa jeho dopadu od osamělého stromu, nad nímž se nacházel ve výšce 800 m nad povrchem Země.

2.36 Po palubě lodi kráčí lodník stálou rychlostí $5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ve směru, který svírá se směrem rychlosti lodi úhel 60°. Loď se pohybuje vzhledem ke klidné hladině jezera stálou rychlostí $10 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Určete graficky velikost rychlosti, kterou se lodník pohybuje vzhledem ke břehům jezera.

2.37 Kulička, kterou položíme na nakloněnou rovinu, se začne pohybovat a za dobu 5 s dosáhne rychlosti $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Za předpokladu, že pohyb kuličky je rovnoměrně zrychlený, určete velikost jejího zrychlení a dráhu, kterou za uvedenou dobu urazí.

2.38 Závodní automobil se rozjíždí z klidu rovnoměrně zrychleně a za dobu 5 s ujede dráhu 50 m. S jak velkým zrychlením se pohybuje?

2.39 Cyklista, který jede rychlostí 3 m · s^{-1}, začne prudce šlapat a za dobu 8 s zvýší rychlost na 7 m · s^{-1}. Za předpokladu, že se pohybuje rovnoměrně zrychleně, určete a) velikost zrychlení cyklisty, b) dráhu, kterou zrychleným pohybem ujede.

2.40 Motocykl zvýší při rovnoměrně zrychleném pohybu během 10 s rychlost z 6 m · s^{-1} na 18 m · s^{-1}. Určete velikost zrychlení motocyklu a dráhu, kterou při tom ujede.

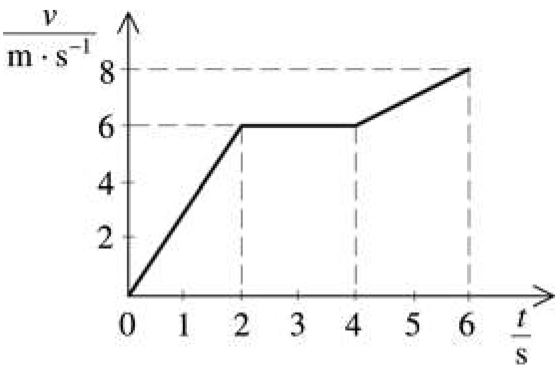
2.41 2 Automobil, který jel rychlostí 54 km · h^{-1}, zvýšil rychlost na 90 km · h^{-1}, přičemž ujel při stálém zrychlení dráhu 200 m. Určete velikost zrychlení automobilu.

2.42 Hmotný bod urazí rovnoměrně zrychleným pohybem za dobu 6 s dráhu 18 m. Jeho počáteční rychlost byla 1,5 m · s^{-1}. Určete velikost zrychlení hmotného bodu a velikost jeho rychlosti na konci dané dráhy.

2.43 Střela opouští dělovou hlaveň o délce 3 m okamžitou rychlostí 600 m · s^{-1}. Za jakou dobu a s jak velkým zrychlením proběhne střela hlavní, je-li její pohyb rovnoměrně zrychlený?

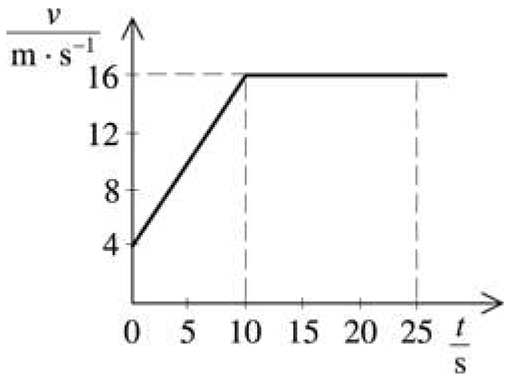
2.44 Hmotný bod urazí za dobu 12 s rovnoměrně zrychleným pohybem při nulové počáteční rychlosti dráhu 36 m. Jakou dráhu urazí za první sekundu svého pohybu?

2.45 Na obr. 2-45 [2-4] je nakreslen graf velikosti rychlosti hmotného bodu v závislosti na čase. Určete a) velikost jeho rychlosti v čase $t_1 = 1$ s, $t_2 = 3$ s, $t_3 = 5$ s, b) velikost jeho zrychlení v čase $t_1 = 1$ s, $t_2 = 3$ s, $t_3 = 5$ s.



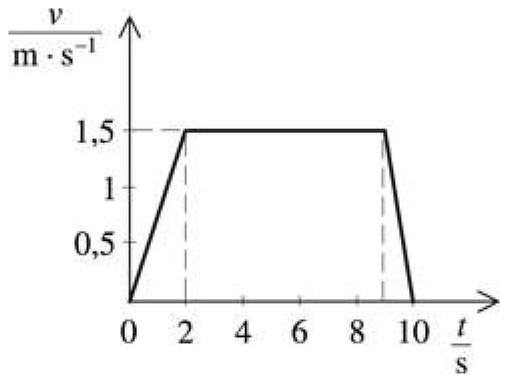
Obr. 2-45

2.46 Na obr. 2-46 [2-5] vidíme graf velikosti rychlosti automobilu v závislosti na čase. Určete a) velikost počáteční rychlosti automobilu, b) velikost jeho nejvyšší dosažené rychlosti, c) velikost jeho zrychlení v prvních 10 sekundách pohybu, d) dráhu, kterou automobil ujel za prvních 10 sekund pohybu.



Obr. 2-46

2.47 Na obr. 2-47 [2-6] je nakreslen graf velikosti rychlosti výtahu v závislosti na čase. a) Jaké pohyby koná výtah v jednotlivých úsecích? b) Jak velká jsou zrychlení v jednotlivých úsecích? c) Jakou dráhu urazí výtah za celou dobu pohybu?



Obr. 2-47

2.48 Automobil jede po přímé silnici rychlostí 72 km · h^{-1}. V určitém okamžiku začne řidič brzdit a za dobu 5 s automobil zastaví. Určete a) velikost zrychlení při brzdění, b) dráhu, kterou při brzdění ujede.

2.49 Traktor jede po přímé silnici rychlostí 15 m · s^{-1}. Řidič traktoru začne brzdit se zrychlením 2 m · s^{-2}. Určete a) velikost rychlosti a dráhu traktoru za 5 s od chvíle, kdy začal brzdit, b) dobu, za kterou zastaví.

2.50 Velikost rychlosti vlaku se během 50 s zmenšila ze 72 km · h^{-1} na 36 km · h^{-1}. Za předpokladu, že pohyb vlaku je rovnoměrně zpomalený, určete velikost jeho zrychlení a dráhu, kterou při tom ujede.

2.51 Automobil brzdí se zrychlením 5 m · s^{-2}. Určete brzdnou dráhu automobilu, je-li jeho počáteční rychlost a) 54 km · h^{-1}, b) 108 km · h^{-1}. Vypočítané brzdné dráhy vzhledem k daným rychlostem porovnejte.

2.52 Pro účinnost brzd osobního automobilu je předepsáno, že musí při počáteční rychlosti 40 km · h^{-1} zastavit na dráze 12,5 m. S jak velkým zrychlením automobil brzdí?

2.53 Na silnici s maximální dovolenou rychlostí 60 km · h^{-1} došlo k havárii automobilu. Z délky brzdné stopy automobilu, která byla 40 m, policie zjišťovala, zda řidič tuto rychlost nepřekročil. Jaký závěr policie učinila, předpokládáme-li rovnoměrně zpomalený pohyb vozidla se zrychlením o velikosti 5 m · s^{-2}?

2.54 Z téhož místa se začnou současně pohybovat ve stejném směru dva hmotné body: první bod rovnoměrně rychlostí 50 cm · s^{-1}, druhý bod rovnoměrně zrychleně s nulovou počáteční rychlostí a se zrychlením 10 cm · s^{-2}. Určete a) dobu, za kterou budou mít oba hmotné body stejně velkou rychlost, b) dobu, za kterou urazí oba hmotné body stejnou dráhu. Řešte početně i graficky.

2.55 Dvě tělesa ze začnou současně pohybovat z téhož místa ve stejném směru. První těleso koná pohyb rovnoměrně zrychlený s počáteční rychlostí 4 m · s^{-1} a se zrychlením 0,5 m · s^{-2}, druhé těleso pohyb rovnoměrně zpomalený s počáteční rychlostí 10 m · s^{-1} a se zrychlením 1 m · s^{-2}. Určete a) dobu, za kterou budou mít obě tělesa stejnou rychlost, a velikost této rychlosti, b) dobu, za kterou urazí obě tělesa stejnou dráhu, a tuto dráhu.

2.56 Dvě tělesa, jejichž počáteční vzdálenost je 240 m, se pohybují rovnoměrně zrychleně proti sobě. První těleso má počáteční rychlost 4 m · s^{-1} a zrychlení 3 m · s^{-2}, druhé těleso počáteční rychlost 6 m · s^{-1} a zrychlení 2 m · s^{-2}. Určete dobu, za kterou dojde ke kolizi těles, a vzdálenost místa kolize od počáteční polohy prvního tělesa.

2.57 Z téhož místa vyjedou za sebou v časovém odstupu 15 s dvě auta. Obě se pohybují rovnoměrně zrychleně s nulovou počáteční rychlostí, první auto se zrychlením 0,5 m · s^{-2}, druhé auto se zrychlením 2 m · s^{-2}. Určete a) dobu a vzdálenost, ve které dojde k předjíždění aut, b) velikosti rychlostí obou aut v okamžiku předjíždění.

2.58 Osobní auto dojíždí rychlostí v_1 = 30 m · s^{-1} nákladní vůz, který jede stálou rychlostí v_2 = 10 m · s^{-1}. Ve vzdálenosti s_0 = 30 m od nákladního vozu zjistí řidič osobního auta, že nemůže nákladní vozidlo předjet. Proto začne brzdit se zrychlením a = 5 m · s^{-2}. Dojde ke srážce vozidel? Jestliže ano, jak velké jsou rychlosti aut v okamžiku srážky?

2.59 Jak velká je okamžitá rychlost tělesa při volném pádu za dobu 1 s, 2 s, 3 s? Nakreslete graf závislosti okamžité rychlosti na čase.

2.60 Jakou dráhu urazí těleso při volném pádu za dobu 1 s, 2 s, 3 s? Nakreslete graf závislosti dráhy na čase.

2.61 Jakou dráhu urazí těleso při volném pádu během čtvrté sekundy pohybu?

2.62 Těleso padá volným pádem z výšky 80 m. Určete a) dobu, za kterou dopadne na zem, b) velikost rychlosti dopadu.

2.63 Jak hluboká je propast Macocha, jestliže volně puštěný kámen dopadne na její dno za dobu 5,25 s? Odpor vzduchu neuvažujte.

2.64 Pneumatické kladivo padá volným pádem z výšky 1,5 m. Jak velkou rychlostí dopadne?

2.65 Kroupy dopadají na zem rychlostí 100 m · s^{-1}. Z jaké výšky kroupy padají, jestliže neuvažujeme odporové síly vzduchu?

2.66 Za jakou dobu urazí volně padající těleso a) první metr své dráhy, b) druhý metr své dráhy?

2.67 Ze střechy výškového domu byla upuštěna kulička. Pohybovala se volným pádem podél zdi domu a míjela okna jednotlivých poschodí domu. Po jakou dobu kulička míjí okno, jehož horní okraj je ve vzdálenosti 10 m od místa, z něhož byla kulička upuštěna? Výška okna je 2 m. Jakou průměrnou rychlostí míjí kulička okno?

2.68 Hmotný bod koná rovnoměrný pohyb po kružnici o poloměru 50 cm s frekvencí 2 Hz. Určete periodu a velikost rychlosti hmotného bodu.

2.69 Hmotný bod koná rovnoměrný pohyb po kružnici s oběžnou dobou 5 s. Určete jeho frekvenci a úhlovou rychlost.

2.70 Vypočítejte velikost rychlosti Měsíce při jeho pohybu kolem Země. Předpokládejte, že se Měsíc pohybuje po kružnici o poloměru $3{,}84 \cdot 10^5$ km s periodou 27,3 dne.

2.71 Jaká je úhlová rychlost otáčení Země kolem zemské osy?

2.72 Kolikrát je úhlová rychlost hodinové ručičky větší než úhlová rychlost otáčení Země?

2.73 Vrtule letadla se otáčí úhlovou rychlostí $200 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. a) Jak velkou rychlostí se pohybují body na koncích vrtule, jejichž vzdálenost od osy je 1,5 m? b) Jakou dráhu uletí letadlo během jedné otočky vrtule, letí-li rychlostí $540 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$?

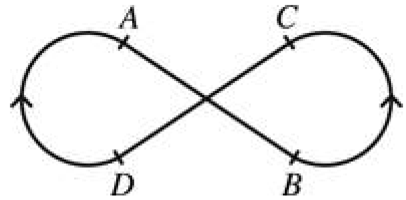
2.74 Kolo o poloměru 0,4 m se otáčí úhlovou rychlostí $31{,}4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$. Určete velikost rychlosti bodů na obvodu kola a velikost jejich normálového zrychlení.

2.75 Automobil projíždí zatáčkou o poloměru 50 m rychlostí o stálé velikosti $36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. Jak velké je normálové zrychlení automobilu v zatáčce?

2.76 Setrvačník koná 450 otáček za minutu. Určete velikost normálového zrychlení bodů setrvačníku, které jsou ve vzdálenosti 10 cm od osy otáčení. Kolikrát se zvětší velikost zrychlení těchto bodů, zvětší-li se počet otáček na dvojnásobek?

2.77 Hnací mechanismus automobilu má zařízení, které umožňuje, aby se každé hnací kolo, na něž se přenášejí otáčky motoru, otáčelo různou úhlovou rychlostí. Jaký má význam toto zařízení?

2.78 Jak se mění zrychlení cyklisty, který opisuje při stálé velikosti rychlosti trajektorii tvaru osmičky (obr. 2-78 [2-9])?



Obr. 2-78

2.2 Dynamika

2.79 Jak se projevuje setrvačnost těles při rozjíždění a při zastavování autobusu? Jak při jízdě autobusu v zatáčce?

2.80 Jaký význam mají bezpečnostní pásy pro osoby cestující osobním automobilem?

2.81 Při jízdě vlakem někdy pozorujeme samovolné zavírání nebo otevírání zasouvacích dveří u oddělení. Jak to vysvětlíte?

2.82 Popište a vysvětlete na základě fyzikálního zákona a) jak zbavit prachovku prachu, b) jak setřást vodu z mokré ruky.

2.83 Jak se dá využít fyzikálního zákona při nasazování kladívka na dřevěnou násadu? Proveďte pokus.

2.84 Na okraj stolu položte list papíru, který zatížíte knihou. Papír vytáhněte tak, aby se kniha nepohnula. Vysvětlete.

2.85 Proč padáme při klopýtnutí směrem dopředu a při uklouznutí směrem dozadu?

2.86 Představte si, že v rychlíku, který jede po přímé trati stálou rychlostí, nadskočíte směrem vzhůru. Dopadnete zpět na stejné místo nebo mezitím podlaha vagonu popojede? Vysvětlete.

2.87 Jedete-li na kole po vodorovné silnici a přestanete šlapat, po určité době se zastavíte. Neodporuje to zákonu setrvačnosti?

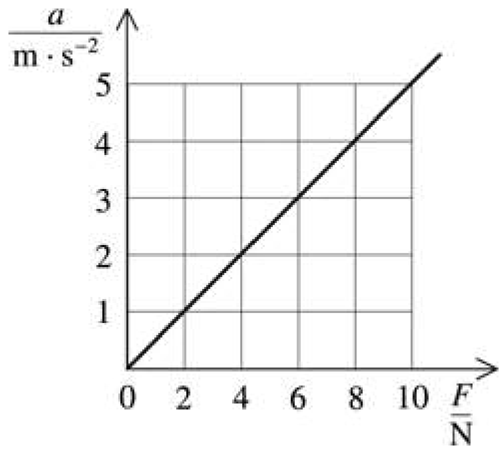
2.88 Jak vysvětlíte, že vlak jede rovnoměrným pohybem, přestože na něj působí tažná síla lokomotivy? Neměl by se vlak pohybovat podle druhého pohybového zákona se zrychlením?

2.89 Tělesu o hmotnosti m uděluje síla o velikosti F zrychlení $2\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Jak velké zrychlení uděluje témuž tělesu síla o velikosti a) $2F$, b) $F/2$?

2.90 Tělesu o hmotnosti m uděluje síla o velikosti F zrychlení $2\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Jak velké zrychlení uděluje stejně velká síla tělesu o hmotnosti a) $2m$, b) $m/2$?

2.91 Dva vagony různých hmotností se pohybují stejnou rychlostí. Který vagon se dříve zastaví, působí-li na oba vagony stejně velká brzdicí síla?

2.92 Na obr. 2-92 [2-10] je nakreslen graf závislosti velikosti zrychlení a na velikosti síly F, působící na těleso o hmotnosti m. Pomocí grafu určete a) velikost zrychlení, které uděluje tělesu síla 6 N, b) velikost síly, která uděluje tělesu zrychlení $4{,}5\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, c) hmotnost tělesa.



Obr. 2-92

2.93 S jak velkým zrychlením se rozjíždí vlak o hmotnosti 800 t, působí-li na něj tažná síla lokomotivy 160 kN? Odporové síly neuvažujte.

2.94 Cyklista vyvolá šlapáním sílu, která působí na kolo ve směru jeho pohybu průměrnou silou velikosti 50 N. Proti jeho pohybu působí třecí síla a síla odporu vzduchu 10 N. Určete velikost zrychlení cyklisty, je-li jeho hmotnost včetně kola 80 kg.

2.95 Cyklista ujel při rozjíždění z klidu za 10 s vzdálenost 50 m. Jak velkou stálou sílu svým šlapáním vyvíjel, musel-li současně překonávat odporové síly o velikosti 15 N? Hmotnost cyklisty včetně kola je 80 kg.

2.96 Automobil o hmotnosti 1 200 kg zvětšil rychlost ze 72 km · h^{-1} na 90 km · h^{-1} za dobu 10 s. a) Jak velká síla tuto změnu rychlosti způsobila? b) Jakou vzdálenost při zvětšující se rychlosti automobil urazil?

2.97 Působením nárazového větru zvětšila plachetnice o hmotnosti 600 kg svou rychlost z 0,5 m · s^{-1} na 2 m · s^{-1} za dobu 2 s. Jak velkou silou působil vítr na plachetnici?

2.98 Raketa dosáhne za dobu 1 min od startu rychlosti 3 km · s^{-1}. Tažná síla motorů rakety je 150 kN. a) Jaká je hmotnost rakety? b) Jakou dráhu raketa za uvedenou dobu urazí? Odporové síly působící proti pohybu a úbytek hmotnosti rakety během pohybu neuvažujte.

2.99 Jaká je hmotnost rakety, která dosáhne za 2,5 min od startu rychlosti 6 km · s^{-1}? Tažná síla motorů je 320 kN. Odporové síly a úbytek hmotnosti rakety neuvažujte.

2.100 Vlak o hmotnosti 500 t se rozjíždí z klidu působením tažné síly lokomotivy 100 kN. Jak velké rychlosti dosáhne za dobu 1 min svého pohybu? Odporové síly neuvažujte.

2.101 Vlak o hmotnosti 800 t, který jede po vodorovné trati rychlostí 72 km · h^{-1}, začne brzdit a zastaví na dráze 400 m. Jak velká brzdicí síla při tom na vlak působila?

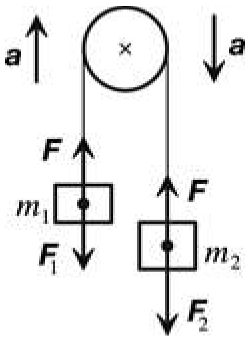
2.102 Brankář chytil míč letící rychlostí 20 m · s^{-1} a zastavil jeho pohyb za dobu 0,05 s. Jak velkou silou působil na míč, je-li hmotnost míče 500 g? Předpokládáme, že pohyb míče při zastavení byl rovnoměrně zpomalený.

2.103 Hráč vykopl míč o hmotnosti 400 g silou 240 N. Jak velkou rychlost bude mít míč při opuštění kopačky, jestliže na něj působila nárazová síla po dobu 0,01 s? Předpokládejte, že míč byl před vykopnutím v klidu.

2.104 Míč o hmotnosti 800 g byl vyhozen rychlostí 4 m · s^{-1}. Jak velkou má hybnost? Jak velkým impulzem síly byl míč do pohybu uveden?

2.105 Osobní automobil o hmotnosti 800 kg se pohybuje rychlostí 90 km · h^{-1}, nákladní automobil o hmotnosti 2 000 kg rychlostí 54 km · h^{-1}. a) V jakém poměru jsou rychlosti obou automobilů? b) V jakém poměru jsou hybnosti automobilů?

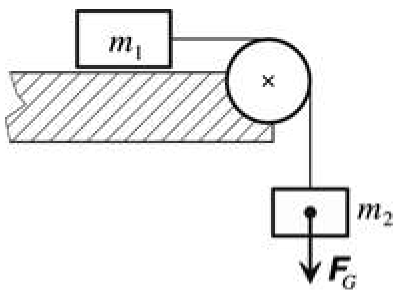
2.106 Na koncích vlákna vedeného přes pevnou kladku jsou zavěšena závaží o hmotnostech 2 kg a 3 kg (obr. 2-106 [2-11]). Určete velikost zrychlení obou závaží. Tření a hmotnost kladky a vlákna neuvažujte.



Obr. 2-106

2.107 Na jednom konci lana vedeného přes pevnou kladku visí závaží, na druhý konec se zavěsí člověk. Hmotnosti závaží a člověka jsou stejné. Co se stane, začne-li člověk šplhat po laně směrem vzhůru?

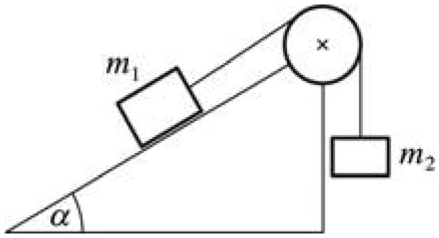
2.108 Určete velikost zrychlení těles o hmotnostech $m_1 = 3$ kg, $m_2 = 2$ kg spojených vláknem podle obr. 2-108 [2-12]. Síly působící proti pohybu neuvažujte. Jak velkou silou je napínáno vlákno?



Obr. 2-108

2.109 Po nakloněné rovině, která svírá s vodorovnou rovinou úhel $\alpha = 30°$, sjíždí dřevěný kvádr. Určete velikost jeho zrychlení. Síly působící proti pohybu neuvažujte.

2.110 Na nakloněné rovině, která svírá s vodorovnou rovinou úhel $\alpha = 30°$, leží dřevěný kvádr o hmotnosti $m_1 = 3$ kg spojený vláknem s tělesem o hmotnosti $m_2 = 2$ kg (obr. 2-110 [2-13]). Určete velikost zrychlení obou těles. Síly působící proti pohybu neuvažujte.



Obr. 2-110

2.111 Po vodorovné podlaze posunujeme bednu o hmotnosti 80 kg. Jak velkou silou vodorovného směru musíme na ni působit, aby konala rovnoměrný pohyb? Součinitel smykového tření mezi bednou a podlahou je 0,7.

2.112 Po vodorovné podložce posunujeme rovnoměrným pohybem kvádr o hmotnosti 600 g, přičemž na něj působíme vodorovnou silou o velikosti 1,2 N. Určete hodnotu součinitele smykového tření mezi kvádrem a podložkou.

2.113 Kvádr o hmotnosti 2 kg udržujeme na vodorovné rovině v přímočarém rovnoměrném pohybu stálou silou, která se rovná 1/4 tíhy kvádru. Určete a) hodnotu součinitele smykového tření, b) velikost třecí síly, zatížíme-li kvádr závažím o hmotnosti 10 kg .

2.114 Proč musíme při měření velikosti třecí síly (viz předchozí úlohu) na počátku pohybu vždy těleso mírně postrčit?

2.115 Proč mažeme kluzné plochy strojů olejem?

2.116 Proč stykové plochy předmětů, které chceme slepit, předem zdrsňujeme a odmašťujeme?

2.117 Který hřebík vytáhneme ze dřeva snadněji, hřebík čistý, nebo rezavý? Odpověď zdůvodněte.

2.118 Proč podkládáme těžká tělesa při přemísťování válečky nebo oblými tyčemi?

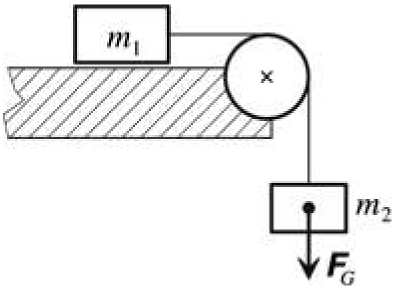
2.119 Jak velkou vodorovnou silou posunujeme bednu o hmotnosti 80 kg (viz úlohu 2.111), jestliže ji podložíme válci o poloměru 5 cm? Rameno valivého odporu je 0,01 m.

2.120 Ocelová a hliníková koule o stejných hmotnostech se valí po vodorovné podložce. Obě koule jsou plné. Na kterou kouli působí větší odporová síla? Odpověď zdůvodněte.

2.121 Kvádr o hmotnosti 5 kg táhneme po vodorovné podložce vodorovnou silou o velikosti 30 N. Součinitel smykového tření mezi kvádrem a vodorovnou podložkou je 0,4. Určete velikost zrychlení kvádru.

2.122 Kvádr o hmotnosti 10 kg leží na vodorovné rovině. Jak velkou vodorovnou silou na něj musíme působit, aby za dobu 2 s od začátku pohybu získal rychlost 5 m · s^{-1}? Součinitel smykového tření mezi kvádrem a rovinou je 0,2.

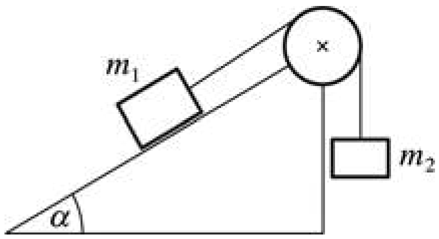
2.123 Určete velikost zrychlení těles o hmotnostech m_1 = 3 kg, m_2 = 2 kg spojených vláknem (viz obr. 2-123 [2-12]). Součinitel smykového tření mezi prvním tělesem a vodorovnou podložkou je 0,5.



Obr. 2-123

2.124 Po nakloněné rovině, která svírá s vodorovnou rovinou úhel α = 30°, sjíždí dřevěný kvádr. Určete velikost jeho zrychlení, je-li součinitel smykového tření mezi kvádrem a nakloněnou rovinou 0,4.

2.125 Na nakloněné rovině, která svírá s vodorovnou rovinou úhel α = 30°, leží dřevěný kvádr o hmotnosti m_1 = 3 kg, spojený vláknem s tělesem o hmotnosti m_2 = 2 kg (viz obr. 2-125 [2-13]). Určete velikost zrychlení obou těles, je-li součinitel smykového tření mezi prvním tělesem a nakloněnou rovinou f = 0,1.



Obr. 2-125

2.126 Hadici, z níž prudce tryská voda, musíme držet pevně v rukou. Vysvětlete.

2.127 Při výstřelu musí voják držet pušku pevně v rukou. Proč?

2.128 Dva chlapci táhnou za opačné konce provaz, který vydrží maximální tahovou sílu o velikosti 180 N. Přetrhne se provaz, jestliže každý chlapce táhne silou o velikosti 100 N?

2.129 Při srážce osobního a těžkého nákladního automobilu byl mnohem více poškozen automobil osobní. Neodporuje to třetímu pohybovému zákonu? Odpověď zdůvodněte.

2.130 Vyskočíme-li z malé loďky, která není upevněna, na břeh, loďka od břehu odjede. Vyskočíme-li z velké lodi na břeh, odjede loď tak malou rychlostí, že to ani nepozorujeme. Vysvětlete.

2.131 Chlapec o hmotnosti 50 kg vyskočil z loďky o hmotnosti 200 kg na břeh jezera, přičemž loďka odplavala za dobu 5 s do vzdálenosti 2 m od břehu. Jak velká byla rychlost chlapce při výskoku? Předpokládejte, že loďka odplouvá od břehu stálou rychlostí.

2.132 Jak byste uvedli do pohybu loďku na klidné hladině jezera, aniž byste veslovali nebo se odráželi od dna tyčí?

2.133 Čím musí být vybaven kosmonaut, který vystoupí v beztížném stavu z kosmické lodi, aby se mohl bezpečně vrátit, popř. se pohybovat jím zvoleným směrem?

2.134 Dvě tělesa o hmotnostech 5 kg a 10 kg na sebe navzájem působí akcí a reakcí. V jakém poměru budou jejich rychlosti, jestliže tělesa byla původně v klidu?

2.135 Z pušky o hmotnosti 4 kg vyletěla střela o hmotnosti 20 g rychlostí 600 m · s^{-1}. Jak velkou rychlostí se začne pohybovat puška, není-li upevněna?

2.136 Střela o hmotnosti 10 g proletěla hlavní pušky za 0,02 s, přičemž nabyla rychlosti 800 m · s^{-1}. a) Jak velká síla působila na střelu při výstřelu? b) Jak velká je zpětná rychlost pušky o hmotnosti 5 kg? c) Jak velká je celková hybnost pušky se střelou po výstřelu?

2.137 Železniční vagon o hmotnosti 20 t se pohybuje po vodorovné trati rychlostí 1 m · s^{-1} a narazí na jiný vagon o hmotnosti 30 t, který jede stejným směrem rychlostí 0,5 m · s^{-1}. Po nárazu zůstanou vagony spojeny. Jak velkou rychlostí se spojené vagony po nárazu pohybují?

2.138 Dvě tělesa se pohybují po téže přímce. Těleso o hmotnosti 400 g se pohybuje rychlostí 1 m · s^{-1} a narazí na těleso o hmotnosti 100 g, které se pohybuje rychlostí 0,5 m · s^{-1}. Po srážce se obě tělesa spojí a pohybují se dále společně. Určete jejich společnou rychlost, jestliže se před srážkou pohybují a) týmž směrem, b) proti sobě.

2.139 Po přímé vodorovné trati jede stálou rychlostí vlak. Na podlaze jednoho vagonu leží míč. V určitém okamžiku začne vlak brzdit a jeho pohyb je rovnoměrně zpomalený. Jak se bude od tohoto okamžiku míč pohybovat a) vzhledem ke stěnám vagonu, b) vzhledem k povrchu Země? Odporové síly neuvažujte.

2.140 Míč o hmotnosti 400 g leží na podlaze vagonu, který koná rovnoměrně zpomalený pohyb se zrychlením 2,5 m · s^{-2}. Jak velká setrvačná síla na míč působí?

2.141 V kabině výtahu dopravujeme náklad o hmotnosti 60 kg z přízemí do vyššího poschodí budovy. Jak velkou tlakovou silou působí náklad na podlahu kabiny a) při rozjíždění výtahu se zrychlením 2 m · s^{-2}, b) při zastavování výtahu se zrychlením 2,5 m · s^{-2}?

2.142 Závaží o hmotnosti 500 g je zavěšeno na siloměru v kabině výtahu. Určete velikost síly, kterou ukazuje siloměr, jestliže se kabina pohybuje a) stálou rychlostí 2 m · s^{-1} směrem vzhůru, b) se zrychlením 2 m · s^{-2} směrem vzhůru, c) se zrychlením 2 m · s^{-2} směrem dolů.

2.143 S jak velkým zrychlením padá předmět upuštěný v kabině výtahu, která se pohybuje se zrychlením 2 m · s^{-2} směrem vzhůru? Řešte a) vzhledem ke stěnám kabiny výtahu, b) vzhledem k povrchu Země.

2.144 Těžní klec s nákladem o celkové hmotnosti 5 t se rozjíždí z klidu směrem vzhůru tak, že za dobu 2,5 s dosáhne rychlosti 5 m · s^{-1}. Jak velkou silou je zatěžováno tažné lano?

2.145 Kosmická loď startuje směrem vzhůru se stálým zrychlením 50 m · s^{-2}. Jak velkou tlakovou silou působí kosmonaut na sedadlo, je-li jeho hmotnost s výstrojí 90 kg?

2.146 Kulička připevněná na vlákno koná rovnoměrný pohyb po kružnici s frekvencí jeden oběh za sekundu, přičemž je vlákno napínáno silou o velikosti 2 N. Jak velkou silou je napínáno vlákno, zvětší-li se frekvence na dva oběhy za sekundu?

2.147 Kulička o hmotnosti 20 g opisuje kružnici o poloměru 0,5 m úhlovou rychlostí 30 rad · s^{-1}. Jak velká dostředivá síla na ni působí?

2.148 Při vrhu kladivem roztáčí atlet kladivo o hmotnosti 7,25 kg po kružnici o poloměru 2,00 m tak, že vykoná jednu otáčku za dobu 0,50 s. a) Jak velkou dostředivou silou musí na kladivo působit? b) Jak velké rychlosti kladivo dosáhne?

2.149 Jak velká dostředivá síla působí na naši Zemi, která se pohybuje kolem Slunce přibližně po kružnici o poloměru 150 milionů km rychlostí 30 km · s^{-1}? Hmotnost Země je 6 · 10^{24} kg.

2.150 Auto o hmotnosti 800 kg projíždí zatáčkou o poloměru 50 m rychlostí 36 km · h^{-1}. Jak velkou dostředivou silou působí a) povrch vozovky na pneumatiky automobilu, b) pneumatiky auta na povrch vozovky? Předpokládejte, že nedojde ke smyku vozidla.

2.151 Proč mají zatáčky dálnic velké poloměry křivosti?

2.152 Automobil projíždí zatáčku o poloměru 80 m. Jakou největší rychlostí může jet, je-li součinitel smykového tření mezi pneumatikami a povrchem vozovky 0,5?

2.153 O jaký úhel se musí odklonit cyklista od svislého směru, jestliže projíždí zatáčku o poloměru křivosti 10 m rychlostí 18 km · h^{-1}?

2.154 Jak velká setrvačná odstředivá síla působí na řidiče o hmotnosti 60 kg, projíždí-li automobil zatáčkou o poloměru 20 m rychlostí o velikosti 5 m · s^{-1}?

2.155 Jak velká setrvačná odstředivá síla působí na těleso o hmotnosti 100 kg, které leží na zemském rovníku? Rovníkový poloměr Země je přibližně 6 400 km, úhlová rychlost zemské rotace 7,3 · 10^{-5} rad · s^{-1}.

2.156 Letadlo se pohybuje rychlostí 100 m · s^{-1}, přičemž opisuje kružnici o poloměru 500 m ve svislé rovině. Jak velkou tlakovou silou působí pilot o hmotnosti 80 kg na sedadlo v nejnižším a nejvyšším bodě trajektorie letadla?

2.157 Lyžař o hmotnosti 50 kg jede rychlostí 12 m · s^{-1} přes vrchol kopce s poloměrem zakřivení 20 m. a) Jak velkou tlakovou silou působí jeho lyže na sníh v nejvyšším bodě trajektorie? b) Jak velkou rychlostí by musel jet, aby tlaková síla lyží na sníh byla nulová?

2.158 Při cirkusové atrakci jezdí motocyklista v uzavřené kouli o poloměru 5 m všemi směry. Jakou nejmenší rychlostí musí motocyklista jet? Vzdálenost těžiště motocyklu s jezdcem od vnitřní stěny koule je 0,6 m.

2.159 Proudové letadlo letí rychlostí 300 m · s^{-1}. Určete nejmenší poloměr oblouku trajektorie letadla, jestliže pilot snese krátkodobě až devítinásobné přetížení. Trajektorie letadla je v horizontální rovině.

2.160 Při výcviku kosmonautů se otáčela centrifuga s periodou 2 s. Jak velké přetížení působilo na tělo kosmonauta, které opisovalo kružnici o poloměru 6 m?

2.3 Mechanická práce a energie

2.161 Po vodorovné silnici jede stálou rychlostí cyklista, který překonává celkovou odporovou sílu o velikosti 20 N. Jakou práci vykoná na dráze 5 km?

2.162 Jakou práci vykonáme při vytahování hřebíku délky 6 cm, působíme-li na něj průměrnou silou 120 N?

2.163 Po vodorovné silnici táhne traktor stálou rychlostí kmen stromu o hmotnosti 1,5 t do vzdálenosti 2 km. Jakou mechanickou práci vykoná, je-li součinitel smykového tření 0,6?

2.164 Člověk o hmotnosti 75 kg vynese do třetího poschodí balík o hmotnosti 25 kg. Výška jednoho poschodí je 4 m. a) Jak velká práce připadne na vynesení balíku? b) Jakou celkovou práci člověk vykoná?

2.165 Jakou mechanickou práci vykonáme, když závaží o hmotnosti 5 kg a) zvedneme rovnoměrným pohybem do výšky 2 m, b) držíme ve výšce 2 m nad zemí, c) přemístíme ve vodorovném směru do vzdálenosti 2 m? Tření neuvažujte.

2.166 Jakou mechanickou práci vykonáme, táhneme-li po vodorovné rovině vozík do vzdálenosti 100 m, přičemž na něj působíme silou o velikosti 20 N? Řešte pro případy, kdy síla působící na vozík svírá se směrem trajektorie úhel a) 0°, b) 30°, c) 60°.

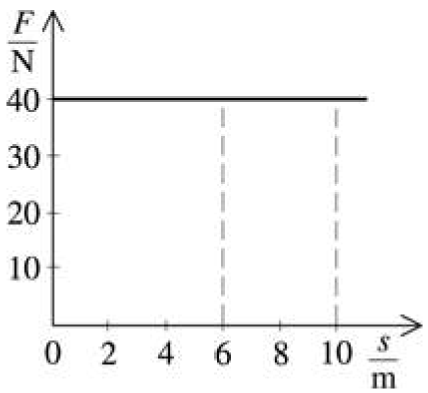
2.167 Jakou mechanickou práci vykoná chodec o hmotnosti 80 kg, ujde-li po vodorovné rovině vzdálenost 1,5 km, přičemž při každém kroku o délce 75 cm zvedá těžiště svého těla o 2 cm?

2.168 Jakou mechanickou práci vykonáme, jestliže zvedáme závaží o hmotnosti 5 kg do výšky 2 m a) rovnoměrným pohybem, b) se zrychlením $2\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$?

2.169 Po vodorovné trati se rozjíždí vlak se zrychlením $0{,}5\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Jakou práci vykoná lokomotiva o tažné síle 40 kN za dobu 1 min? Odporové síly neuvažujte.

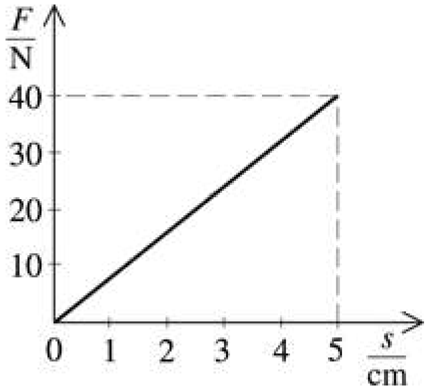
2.170 Kvádr o hmotnosti 5 kg posunujeme rovnoměrným pohybem vzhůru po nakloněné rovině do vzdálenosti 2 m. Nakloněná rovina svírá s vodorovnou rovinou úhel 30°. Součinitel smykového tření je 0,2. Určete práci, kterou při tom vykonáme.

2.171 Z grafu na obr. 2-171 [2-16] určete práci, kterou vykoná stálá síla působící na těleso po dráze a) 6 m, b) 10 m. Síla působí ve směru pohybu tělesa.



Obr. 2-171

2.172 Z grafu na obr. 2-172 [2-17] určete práci, kterou vykoná síla při natažení pružiny o délku 5 cm.



Obr. 2-172

2.173 Ocelová pružina se prodlouží silou 5 N o 1 cm. Jakou práci vykonáme, prodloužíme-li pružinu o 8 cm?

2.174 Motor výtahu dopraví náklad o hmotnosti 250 kg rovnoměrným pohybem do výšky 18 m za 30 s. a) Jakou práci motor vykoná? b) Jaký je výkon motoru?

2.175 Vzpěrač vyzvedl činku o hmotnosti 150 kg do výšky 2 m za 3 s. Jaký byl jeho průměrný výkon?

2.176 Porovnejte výkony dvou chlapců při závodech ve šplhání. Chlapec o hmotnosti 60 kg vyšplhá do výšky 4 m za 5 s, chlapec o hmotnosti 72 kg do stejné výšky za 6 s.

2.177 Vodní čerpadlo vyčerpá vodu o hmotnosti 750 kg z hloubky 6 m za dobu 3 min. Určete výkon čerpadla.

2.178 Motor o výkonu 24 kW dopraví rovnoměrným pohybem náklad do výšky 12 m za 8 s. Jakou největší hmotnost může mít náklad včetně kabiny výtahu?

2.179 Důlní čerpadlo o výkonu 300 kW čerpá vodu z hloubky 180 m. Jaké množství vody vyčerpá za 1 h?

2.180 Automobil vyvíjí při rychlosti 72 km $\cdot$ h^{-1} tažnou sílu 1,8 kN. Jaký je jeho okamžitý výkon?

2.181 Automobil jede při výkonu 50 kW rychlostí 90 km $\cdot$ h^{-1}. a) Jak velkou tažnou sílu vyvíjí? b) Jakou práci vykoná při stálém výkonu za dobu 30 min?

2.182 Lokomotiva jede stálou rychlostí a vyvíjí při výkonu 1 500 kW tažnou sílu 60 kN. Za jakou dobu ujede dráhu 45 km?

2.183 Automobil o hmotnosti 900 kg se rozjíždí z klidu se stálým zrychlením, přičemž za dobu 18 s dosáhne rychlosti 72 km $\cdot$ h^{-1}. Jaký je jeho průměrný výkon při rozjíždění?

2.184 Motorové sáně o maximálním výkonu 4,8 kW táhnou po zasněžené vodorovné krajině náklad o hmotnosti 800 kg. Součinitel smykového tření je 0,05. a) Jak velké je zrychlení saní v okamžiku, kdy jedou rychlostí 2 m · s^{-1}? b) Jaké nejvyšší rychlosti mohou sáně při daném maximálním výkonu dosáhnout?

2.185 Automobil o hmotnosti 1 t se rozjížděl z klidu se stálým zrychlením, přičemž dosáhl při výkonu motoru 50 kW rychlosti 72 km · h^{-1}. Určete velikost jeho zrychlení, jestliže na něj během pohybu působila stálá odporová síla o velikosti 400 N.

2.186 Nákladní automobil o hmotnosti 3 t jel po vodorovné silnici stálou rychlostí 15 m · s^{-1} při výkonu motoru 20 kW. Na jakou hodnotu se musí zvětšit výkon motoru, aby automobil jel stejně velkou rychlostí do kopce se stoupáním 4 m na 100 m dráhy?

2.187 Elektromotor jeřábu o příkonu 20 kW dopravuje náklad o hmotnosti 800 kg stálou rychlostí 2 m · s^{-1}. Určete účinnost zařízení.

2.188 Jaká část příkonu elektromotoru v předchozí úloze se pro dopravu nákladu nevyužije?

2.189 Elektromotor o příkonu 10 kW pracuje s účinností 90 %. Jakou mechanickou práci vykoná za 6 hodin?

2.190 Motor výtahu, který pracuje s účinností 80 %, zvedne rovnoměrným pohybem náklad o hmotnosti 750 kg do výšky 24 m za 0,5 min. Určete příkon motoru.

2.191 Jakou kinetickou energii má automobil o hmotnosti 800 kg, jede-li rychlostí 10 m · s^{-1}, 20 m · s^{-1}, 30 m · s^{-1}?

2.192 Jakou kinetickou energii má volně padající těleso o hmotnosti 1 kg za dobu 1 s, 2 s a 3 s od začátku pohybu? Odpor vzduchu neuvažujte.

2.193 Kolikrát se zvětší kinetická energie hmotného bodu, zvětší-li se jeho rychlost na dvojnásobek?

2.194 Chlapec o hmotnosti 40 kg, který běží po hřišti rychlostí 2 m · s^{-1}, vykopne míč o hmotnosti 0,5 kg počáteční rychlostí 20 m · s^{-1}. Určete kinetickou energii chlapce a míče.

2.195 Rychlost letadla byla 10krát větší než rychlost vlaku, hmotnost vlaku byla 90krát větší než hmotnost letadla. V jakém poměru jsou kinetické energie obou těles?

2.196 Střela o hmotnosti 20 g zasáhla strom a pronikla do hloubky 10 cm, Jak velkou rychlostí se pohybovala před zásahem, je-li průměrná odporová síla dřeva stromu 4 kN?

2.197 Kladivo o hmotnosti 600 g dopadlo na hlavičku hřebíku rychlostí 5 m · s^{-1}. Jak velká je průměrná odporová síla zdiva, jestliže hřebík vnikl 3 cm do zdi?

2.198 Automobil o hmotnosti 1,2 t zvětšil při výjezdu na dálnici rychlost ze 72 km · h^{-1} na 90 km · h^{-1}. a) Vypočítejte přírůstek kinetické energie automobilu. b) Jakou práci by vykonal motor automobilu při daném zvětšení rychlosti? Odpor vzduchu neuvažujte.

2.199 Na těleso o hmotnosti m, které je na počátku v klidu, začne působit stálá síla o velikosti F. Určete kinetickou energii E_k tělesa za dobu t jeho pohybu.

2.200 Těleso o hmotnosti 3 kg zvedneme do výšky 50 cm nad horní desku stolu, která je ve výšce 80 cm nad podlahou. Určete tíhovou potenciální energii tělesa a) vzhledem k desce stolu, b) vzhledem k podlaze.

2.201 Člověk o hmotnosti 80 kg vystoupí z přízemí do třetího poschodí. Výška jednoho poschodí je 4 m. a) O jakou hodnotu se zvětší jeho tíhová potenciální energie vzhledem k přízemí? b) Jakou práci člověk při výstupu vykoná?

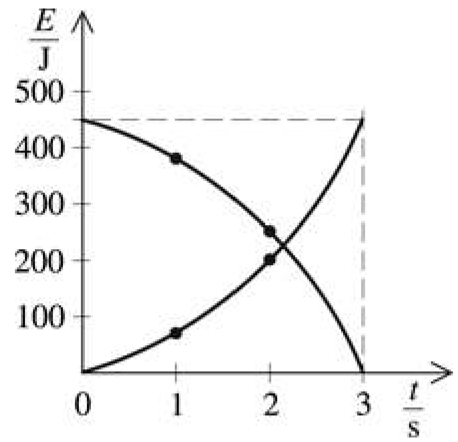
2.202 Ocelovou trubku o hmotnosti 20 kg a délce 5 m, která leží na vodorovné rovině, postavíme do svislé polohy. O jakou hodnotu se zvětší její tíhová potenciální energie?

2.203 Z okraje střechy se uvolnila taška. Jak velkou rychlostí dopadla na zem, jestliže padala z výšky 7,2 m? Odpor vzduchu neuvažujte.

2.204 Těleso o hmotnosti 1 kg volně padá z výšky 45 m. Určete jeho tíhovou potenciální energii vzhledem k povrchu Země za dobu 1 s, 2 s, 3 s jeho pohybu. Odpor vzduchu neuvažujte.

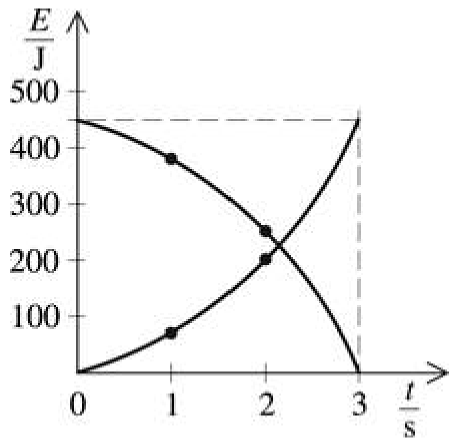
2.205 Těleso o hmotnosti 1 kg volně padá z výšky 45 m. Sestrojte grafy jeho kinetické a potenciální energie jako funkce času.

2.206 Z grafu na obr. 2-206 [2-18] určete, v kterém okamžiku jsou kinetická i potenciální energie tělesa stejně velké. Zjištěný výsledek ověřte výpočtem.



Obr. 2-206

2.207 Na obr. 2-207 [2-18] sledujte změny kinetické a potenciální energie tělesa během volného pádu v závislosti na čase. Z grafu určete, čemu se rovná součet obou energií v čase 0 s, 1 s, 2 s a 3 s.



Obr. 2-207

2.208 Beran na zatloukání kůlů do země má hmotnost 400 kg. Z jaké výšky spadl beran, jestliže po jeho dopadu pronikl kůl do hloubky 80 cm? Průměrná odporová síla půdy je 12 kN.

2.209 Letadlo o hmotnosti 60 t vystoupilo z výšky 1 000 m do výšky 3 000 m, přičemž zvětšilo rychlost ze 160 m · s^{-1} na 200 m · s^{-1}. Jakou práci vykonaly motory letadla? Odpor vzduchu neuvažujte.

2.210 Z okna domu ve výšce 8 m nad povrchem země upustí dítě míč o hmotnosti 0,4 kg. Během pádu působí na míč odpor vzduchu, takže míč dopadne na zem rychlostí 5 m · s^{-1}. Jak velká je průměrná odporová síla vzduchu?

2.4 Gravitační pole

2.211 Jak velkou silou se navzájem přitahují dva hmotné body, každý o hmotnosti 10 g, jejichž vzájemná vzdálenost je 10 cm?

2.212 Dva hmotné body ve vzdálenosti r se navzájem přitahují silou 4 mN. Jak velkou silou se navzájem přitahují, je-li jejich vzdálenost a) $2r$, b) $r/2$, c) $r/3$?

2.213 Proč nepozorujeme vzájemné přitahování těles ve svém nejbližším okolí?

2.214 Jak velkou gravitační silou se navzájem přitahují dvě dotýkající se homogenní koule, každá o poloměru 25 cm a hmotnosti 4 000 kg?

2.215 Jak velkou gravitační silou se přitahují Země a Slunce? Počítejte s hodnotami: hmotnost Země $6 \cdot 10^{24}$ kg, hmotnost Slunce $2 \cdot 10^{30}$ kg, střední vzdálenost těles $1{,}5 \cdot 10^{8}$ km. Výsledek porovnejte s výsledkem úlohy 2.149. Zdůvodněte.

2.216 Vypočítejte hmotnost a průměrnou hustotu Země, jestliže znáte poloměr Země 6 370 km a víte-li, že na těleso o hmotnosti 1 kg působí na povrchu Země gravitační síla přibližně 9,8 N.

2.217 1 Určete velikost intenzity gravitačního pole při povrchu Země, víte-li, že na člověka o hmotnosti 50 kg působí gravitační síla o velikosti 490 N.

2.218 1 Velikost intenzity gravitačního pole na povrchu Země je $9{,}8\ \mathrm{N \cdot kg^{-1}}$. Jak velká je intenzita gravitačního pole ve vzdálenosti a) R_Z, b) $2R_Z$ od povrchu Země?

2.219 1 V jaké vzdálenosti od zemského povrchu je intenzita gravitačního pole 100krát menší než na povrchu Země?

2.220 2 Na spojnici středů Země a Měsíce najděte místo, v němž je výsledná intenzita složeného gravitačního pole Země a Měsíce nulová. Hmotnost Měsíce $M_M = M_Z/81$, vzdálenost středu Měsíce od středu Země $r = 60R_Z$. Výsledek vyjádřete pomocí poloměru Země R_Z.

2.221 1 Dokažte, že intenzita gravitačního pole se v daném místě rovná gravitačnímu zrychlení, které v tom místě uděluje tělesu gravitační síla.

2.222 Jak velké je gravitační zrychlení na povrchu Měsíce, jehož hmotnost je $7{,}4 \cdot 10^{22}$ kg a poloměr $1{,}7 \cdot 10^{6}$ m?

2.223 Gravitační zrychlení na povrchu Země, jejíž poloměr je 6 370 km, je přibližně $9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$. Vypočítejte hmotnost Země.

2.224 V jaké vzdálenosti od zemského povrchu je velikost gravitačního zrychlení poloviční vzhledem k jeho velikosti na povrchu Země?

2.225 Jak velké by bylo gravitační zrychlení na povrchu Země, kdyby měla poloviční poloměr a) při téže hmotnosti, b) při téže průměrné hustotě?

2.226 Od gravitačního zrychlení $\boldsymbol{a}_g$ odlišujeme veličinu tíhové zrychlení $\boldsymbol{g}$. Vysvětlete, jak se mění velikost tíhového zrychlení se zeměpisnou šířkou místa na zemském povrchu.

2.227 Na kterých místech zemského povrchu jsou hodnoty tíhového zrychlení největší a na kterých nejmenší?

2.228 Na kterých místech zemského povrchu jsou hodnoty tíhového a gravitačního zrychlení stejné?

2.229 Na kterých místech zemského povrchu směřuje volně zavěšená olovnice do geometrického středu Země?

2.230 Jak velká tíhová síla působí na těleso o hmotnosti 100 kg a) na zeměpisném pólu, b) na rovníku?

2.231 Chlapec vystřelil prakem svisle vzhůru kámen rychlostí 20 m · s^{-1}. Určete a) velikost okamžité rychlosti kamene za dobu 1 s od počátku pohybu, b) okamžitou výšku kamene za dobu 1 s od počátku pohybu, c) do jaké největší výšky od místa vystřelení kámen vystoupí.

2.232 Jak velkou rychlostí tryská voda z trubice vodotrysku, jestliže vystupuje do výšky 5 m?

2.233 Těleso vržené svisle vzhůru vystoupilo do výšky 20 m. a) Jak velká byla jeho počáteční rychlost? b) Do jaké výšky by těleso vystoupilo na povrchu Měsíce, kde je tíhové zrychlení 6krát menší než na povrchu Země?

2.234 Míč padal volným pádem z výšky 20 m a po dopadu na zem se odrazil rychlostí poloviční vzhledem k rychlosti dopadu. Do jaké výšky po odrazu vystoupil?

2.235 Míč spadl volným pádem z výšky 5 m a po odrazu od vodorovné podložky vystoupil do výšky 2 m. Jak velkou rychlostí dopadl a jak velkou rychlostí se odrazil?

2.236 Míč vržený svisle vzhůru se vrátil na zem za dobu 4 s. Do jaké výšky vystoupil?

2.237 Kámen byl vržen do propasti 90 m hluboké počáteční rychlostí 15 m · s^{-1}. Za jakou dobu a jak velkou rychlostí dopadne kámen na dno propasti?

2.238 Z věže vysoké 45 m byl vržen vodorovným směrem míč počáteční rychlostí 10 m · s^{-1}. Určete souřadnice polohy míče za dobu t_1 = 1 s, t_2 = 2 s, t_3 = 3 s od počátku jeho pohybu. Ve vhodném měřítku pak nakreslete trajektorii míče.

2.239 Pro dané hodnoty veličin v předchozí úloze určete velikost okamžité rychlosti míče za uvedené doby. Návod: Nejdříve určete souřadnice rychlosti v_x, v_y, pak výslednou rychlost

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}\,.$$

2.240 Z okna domu ve výšce 20 m nad vodorovnou rovinou vyhodil chlapec vodorovným směrem tenisový míček rychlostí 5 m · s^{-1}. Určete: a) za jakou dobu a v jaké vzdálenosti od domu míček dopadne, b) jak velká je rychlost dopadu míčku.

2.241 Z okna výškového domu vyhodil chlapec vodorovným směrem míč, který dopadl za dobu 3 s do vzdálenosti 15 m od domovní zdi. Určete výšku okna nad zemí a počáteční rychlost míče.

2.242 Z věže vysoké 80 m byl vystřelen vodorovným směrem šíp o hmotnosti 10 g rychlostí 30 m · s^{-1}. a) Za jakou dobu a v jaké vzdálenosti od paty věže dopadl šíp na vodorovnou rovinu okolního terénu? b) Jaká je kinetická energie a jaká tíhová potenciální energie šípu na počátku pohybu? c) Jaká je celková mechanická energie šípu během jeho pohybu?

2.243 Hráč vykopl míč šikmo vzhůru. V kterém bodě trajektorie má míč a) největší tíhovou potenciální energii, b) největší kinetickou energii?

2.244 Hráč vykopl míč z povrchu hřiště pod úhlem 45° počáteční rychlostí 20 m · s^{-1}. Určete: a) do jaké výšky míč vystoupil, b) do jaké vzdálenosti od místa vykopnutí míč dopadl na hřiště.

2.245 Pod jakým úhlem musíme vrhnout těleso, aby se výška výstupu rovnala délce vrhu?

2.246 Určete velikost kruhové rychlosti a oběžnou dobu družice, která obíhá kolem Země ve výšce 630 km nad zemským povrchem. Hmotnost Země je 6 · 10^{24} kg, poloměr Země 6 370 km.

2.247 Určete velikost rychlosti Měsíce, který opisuje kolem Země kružnici o poloměru 384 000 km. Hmotnost Země je 6 · 10^{24} kg.

2.248 Určete velikost kruhové rychlosti dvou družic, které se pohybují ve výškách R_Z a $2R_Z$ nad povrchem Země. Hmotnost Země je 6 · 10^{24} kg, poloměr Země 6 370 km.

2.249 V jaké výšce nad povrchem Země obíhá družice, jejíž kruhová rychlost je polovina kruhové rychlosti při povrchu Země? Vyjádřete pomocí poloměru Země R_Z.

2.250 Jak by se změnila velikost kruhové rychlosti družice, kdyby se a) její vzdálenost od středu Země zdvojnásobila, b) její hmotnost zdvojnásobila?

2.251 V jaké výšce nad povrchem Země obíhá stacionární družice, která je stále nad týmž místem rovníku?

2.252 Na základě astronomických pozorování bylo zjištěno, že měsíc Deimos obíhá kolem planety Mars po kružnici o poloměru 23 500 km rychlostí 1,35 km · s^{-1}. Určete hmotnost Marsu.

2.253 Jak velkou rychlost bychom museli udělit Měsíci na jeho současné trajektorii, aby se trvale vzdaloval od Země, jestliže víme, že velikost jeho kruhové rychlosti je přibližně 1 km · s^{-1}?

2.254 Jak by se změnila velikost únikové rychlosti z povrchu Země a) kdyby se hmotnost Země zvětšila při stejných rozměrech na dvojnásobek, b) kdyby se rozměry Země zvětšily při stejné hmotnosti na dvojnásobek?

2.255 Vypočítejte velikost únikové rychlosti na povrchu Marsu a Jupiteru. Potřebné údaje vyhledejte v MFChT.

2.256 Vypočítejte hmotnost Země, víte-li, že úniková rychlost z povrchu Země je 11,2 km · s^{-1}. Poloměr Země R_Z = 6 370 km.

2.257 Planety obíhají kolem Slunce po elipsách. V kterém místě trajektorie mají a) největší rychlost, b) nejmenší rychlost?

2.258 Doba oběhu Marsu kolem Slunce je přibližně 1,9 roku. Určete jeho střední vzdálenost od Slunce.

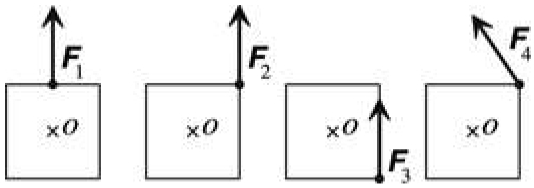
2.259 Střední vzdálenost planety Neptun od Slunce je 30 AU. Jaká je jeho oběžná doba?

2.260 Nejbližší planeta Slunci je Merkur. Vzdálenost Merkuru od Slunce v periheliu je 0,308 AU, v aféliu 0,466 AU. Vypočítejte jeho oběžnou dobu.

2.5 Mechanika tuhého tělesa

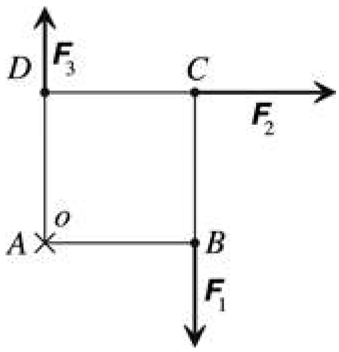
2.261 Na obvodu kola o poloměru 0,4 m působí ve směru tečny síla o velikosti 20 N. Jak velký je moment této síly vzhledem k ose kola?

2.262 Na čtvercovou desku, otáčivou kolem nehybné osy *o* jdoucí jejím středem kolmo k rovině desky, působí postupně síly $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$, $\boldsymbol{F}_3$, $\boldsymbol{F}_4$ (obr. 2-262 [2-20]). Všechny síly mají stejnou velikost *F*. a) Která síla má na desku největší otáčivý účinek? b) Která síla má na desku nulový otáčivý účinek? c) Které síly mají na desku stejný otáčivý účinek?



Obr. 2-262

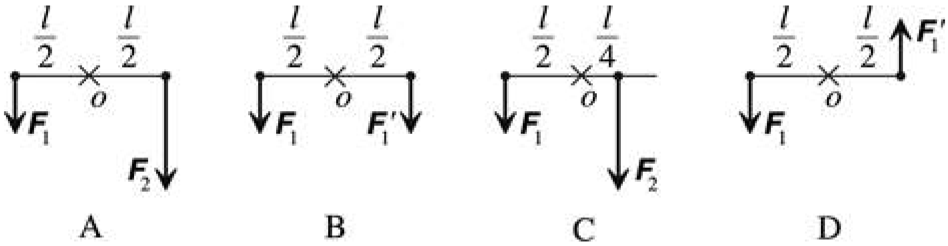
2.263 Čtvercová deska o straně délky 2 m je otáčivá kolem osy *o* jdoucí vrcholem *A* čtverce a kolmé k jeho rovině. Ve vrcholu *B* působí síla $\boldsymbol{F}_1$ o velikosti 40 N, ve vrcholu *C* síla $\boldsymbol{F}_2$ o velikosti 50 N, ve vrcholu *D* síla $\boldsymbol{F}_3$ o velikosti 30 N (obr. 2-263 [2-21]). Určete a) velikosti momentů jednotlivých sil vzhledem k ose otáčení, b) velikost a směr výsledného momentu sil, c) velikost výslednice sil $\boldsymbol{F}_1$ a $\boldsymbol{F}_2$.



Obr. 2-263

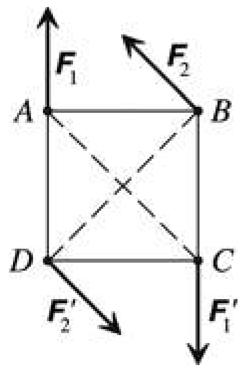
2.264 Vysvětlete princip decimálních vah (tzv. decimálky). Jakou hmotnost má těleso, které vyvážíme na těchto vahách závažím o hmotnosti 5 kg?

2.265 Na tyč délky *l*, která je otáčivá kolem nehybné osy jdoucí jejím středem a kolmé k tyči, působí dvě rovnoběžné síly. Čtyři různé případy působení těchto sil jsou znázorněny na obr. 2-265 [2-22] písmeny A, B, C, D. Síly $\boldsymbol{F}_1$ a $\boldsymbol{F}_1'$ mají stejnou velikost *F*, síla $\boldsymbol{F}_2$ má velikost 2*F*. Určete: a) v kterých případech se otáčivé účinky sil navzájem ruší, b) v kterých případech tvoří síly dvojici sil, c) v kterém případě mají síly na tyč největší otáčivý účinek.



Obr. 2-265

2.266 Ve vrcholech čtvercové desky o straně délky 0,4 m působí dvě dvojice sil. Ve vrcholech A a C síly $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_1'$, z nichž každá má velikost 40 N, ve vrcholech B a D síly $\boldsymbol{F}_2$, $\boldsymbol{F}_2'$ kolmé k úhlopříčce BD (obr. 2-266 [2-23]). Vypočtěte a) velikost momentu dvojice sil působících ve vrcholech A a C, b) velikost sil $\boldsymbol{F}_2$, $\boldsymbol{F}_2'$, při níž se otáčivé účinky všech sil navzájem ruší.

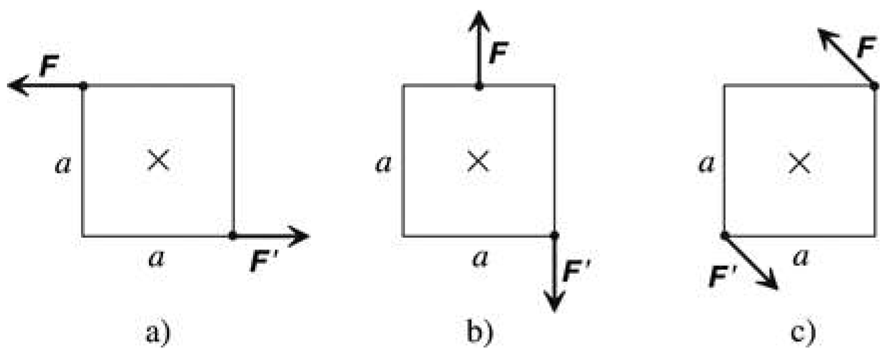


Obr. 2-266

2.267 Žáci zjišťovali hmotnost předmětu pomocí vah, jejichž ramena neměla stejnou délku. Předmět položený na levou misku vah vyvážili závažím o hmotnosti 2,20 kg, tentýž předmět položený na pravou misku vah vyvážili závažím o hmotnosti 1,75 kg. Určete a) hmotnost předmětu, b) poměr délek ramen vah.

2.268 Na nerovnoramenných vahách, jejichž levé rameno má délku 15 cm a pravé 13 cm, máme vyvážit předmět o hmotnosti 150 g. Jakým závažím předmět vyvážíme, dáme-li jej a) na levou misku vah, b) na pravou misku vah?

2.269 Určete velikost momentu dvojice sil $\boldsymbol{F}$ a $\boldsymbol{F}'$, znázorněných na obr. 2-269a, b, c [2-24]. Velikost každé síly je 30 N, strana čtverce má délku 0,6 m. Závisí velikost momentu dvojice sil na umístění osy otáčení?



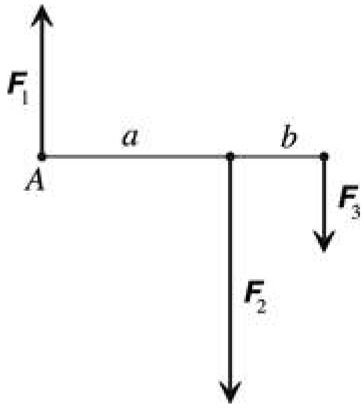
Obr. 2-269

2.270 Kmen o délce 5 m a hmotnosti 95 kg má těžiště ve vzdálenosti 2 m od tlustšího konce. Kmen nesou dva muži. Jeden nese kmen na tlustším konci. V jaké vzdálenosti od druhého konce musí nést kmen druhý muž, aby na oba působil stejně velkou silou?

2.271 Určete velikost a polohu působiště výslednice dvou rovnoběžných sil o velikosti 70 N a 40 N, jejichž vzájemná vzdálenost je 2,2 m. Síly jsou a) stejného směru, b) opačného směru.

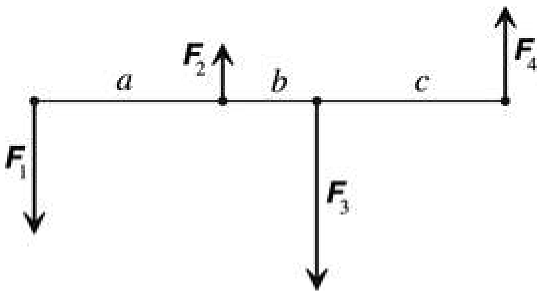
2.272 Na rovnoramenné páce o délce 20 cm s osou procházející těžištěm jsou zavěšena nalevo od osy závaží o hmotnosti 0,2 kg ve vzdálenosti 8 cm od osy a závaží o hmotnosti 0,4 kg ve vzdálenosti 6 cm od osy. Na pravé straně je zavěšeno závaží o hmotnosti 0,6 kg ve vzdálenosti 2 cm od osy a závaží o hmotnosti 0,2 kg ve vzdálenosti 4 cm od osy. Jaká je hmotnost závaží, které musíme zavěsit na jednom konci páky, aby nastala rovnováha? Na kterém konci páky musíme závaží zavěsit?

2.273 Najděte velikost a polohu působiště výslednice tří rovnoběžných sil, znázorněných na obr. 2-273 [2-25]. Velikosti sil jsou $F_1 = 50$ N, $F_2 = 80$ N, $F_3 = 30$ N, vzájemné vzdálenosti působišť jsou a = 0,6 m, b = 0,3 m.



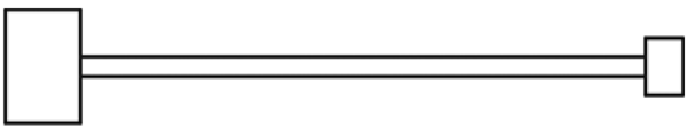
Obr. 2-273

2.274 Najděte velikost výslednice a polohu jejího působiště pro soustavu čtyř rovnoběžných sil, znázorněných na obr. 2-274 [2-26]. Velikosti sil jsou $F_1 = 400$ N, $F_2 = 200$ N, $F_3 = 500$ N, $F_4 = 300$ N, vzájemné vzdálenosti působišť sil jsou a = 0,6 m, b = 0,3 m, c = 0,6 m.



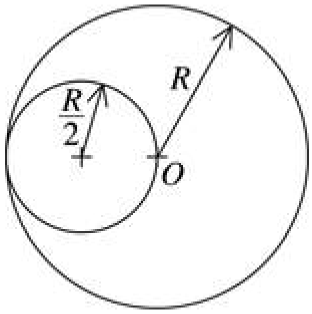
Obr. 2-274

2.275 Určete polohu těžiště stejnorodého tělesa zhotoveného z oceli (obr. 2-275 [2-27]). Těleso se skládá z válcové tyče o délce 30 cm a průměru 1 cm, na jejímž jednom konci je připevněn válec o průměru 6 cm a výšce 4 cm a na druhém konci válec o průměru 3 cm a výšce 2 cm. Osa tyče prochází středy podstav obou válců.



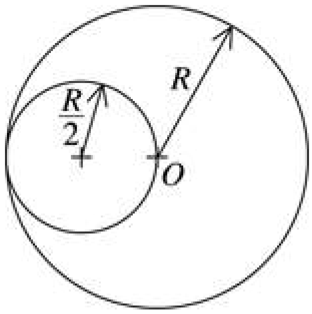
Obr. 2-275

2.276 2 V homogenní kruhové desce o zanedbatelné tloušťce a poloměru R je vyříznut kruhový otvor o poloměru $R/2$ podle obr. 2-276 [2-28]. Určete polohu těžiště T tohoto útvaru.



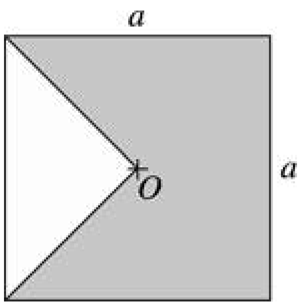
Obr. 2-276

2.277 V homogenní kouli o poloměru R je dutina o poloměru $R/2$ (obr. 2-277 [2-28]). Určete polohu těžiště tohoto útvaru. Uvědomte si, že na rozdíl od předešlého řešeného příkladu jde o prostorový útvar.



Obr. 2-276

2.278 Z tuhého papíru vystřihněte čtverec o straně a. Z tohoto čtverce vystřihněte a odstraňte trojúhelník podle obr. 2-278 [2-30]. Určete polohu těžiště takto vzniklého útvaru a ověřte jeho polohu pomocí těžnic.



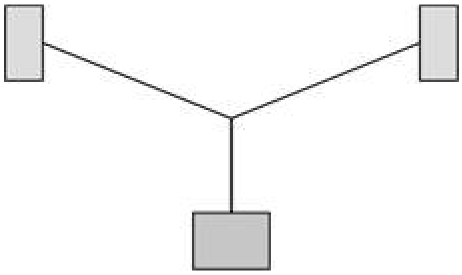
Obr. 2-278

2.279 Na vodorovné podlaze leží deska tvaru čtverce o straně 1,4 m a o hmotnosti 20 kg. Jakou práci musíme vykonat, abychom desku postavili do svislé polohy na jednu její stranu? Deska je homogenní, tloušťku desky neuvažujte.

2.280 Dřevěná a železná krychle mají stejné rozměry a stojí na vodorovné podložce. Která krychle má větší stabilitu? Odpověď zdůvodněte.

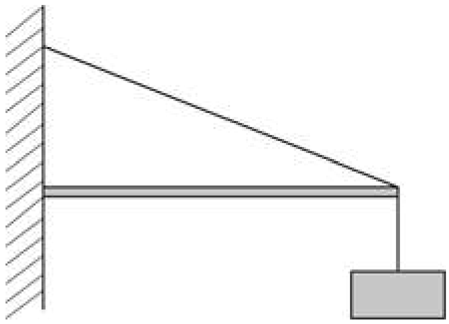
2.281 Čtyřboký hranol o hmotnosti 88 kg má délku hrany čtvercové podstavy 0,2 m a výšku 0,8 m. Jakou má stabilitu (tj. jakou práci musíme vykonat, abychom jej překlopili), a) stojí-li na vodorovné podložce, b) leží-li na vodorovné podložce?

2.282 Těleso o hmotnosti 5 kg visí uprostřed lana, jehož koncové body jsou upevněny v téže vodorovné rovině ve vzdálenosti 4 m od sebe. Závěs tělesa je o 0,6 m níže než koncové body lana (obr. 2-282 [2-31]). Určete, jak velkou silou je napínáno lano. Hmotnost lana zanedbejte.



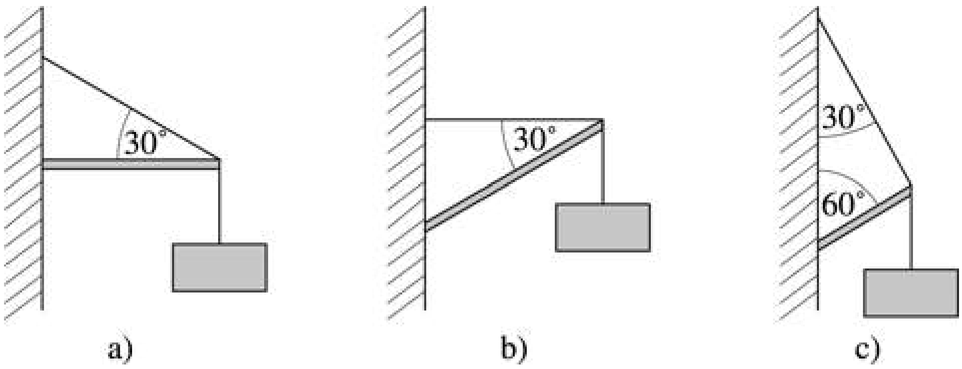
Obr. 2-282

2.283 Těleso o hmotnosti 3 kg je zavěšeno podle obr. 2-283 [2-33]. Vodorovný trám má délku 2,2 m, drát je upevněn ve výšce 1,2 m nad bodem, v němž je trám upevněn ve stěně. Určete síly, které působí na trám a na drát. Hmotnost trámu ani drátu neuvažujte.



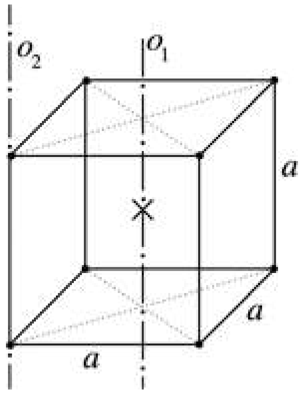
Obr. 2-283

2.284 Vypočtěte síly, kterými těleso o hmotnosti 50 kg působí na trám a na drát, je-li zavěšeno podle obr. 2-284a, b, c [2-34].



Obr. 2-284

2.285 Ve vrcholech krychle o straně 0,2 m, zhotovené z drátu o zanedbatelně malé hmotnosti, jsou umístěny kuličky o hmotnostech 0,1 kg (obr. 2-285 [2-35]). Vypočtěte moment setrvačnosti této soustavy a) vzhledem k ose o_1 rovnoběžné se stranami a jdoucí středem krychle, b) vzhledem k ose o_2 jdoucí jednou hranou krychle. Kuličky považujte za hmotné body.



Obr. 2-285

2.286 Základnu dětského kolotoče tvoří kruhová dřevěná deska o poloměru 3 m a tloušťce 52 mm. Deska je zhotovena z dubového dřeva o hustotě 820 kg · m^{-3}. Na desce je rozmístěno 10 sedaček různých tvarů, obsazených dětmi. Hmotnost každé sedačky s dítětem je 70 kg, těžiště sedačky s dítětem je ve vzdálenosti 80 cm od okraje desky. Vypočtěte moment setrvačnosti a) základní desky kolotoče, b) kolotoče se všemi sedačkami obsazenými dětmi.

2.287 Tenkostěnný válec o hmotnosti 2 kg a poloměru 0,2 m se otáčí s frekvencí 50 Hz kolem své rotační osy. Určete: a) kinetickou energii válce, b) práci, kterou musíme vykonat, aby se frekvence otáčení snížila na 30 Hz.

2.288 Země rotuje kolem své osy úhlovou rychlostí 7,29 · 10^{-5} rad · s^{-1}. Předpokládejte, že Země je homogenní koule o poloměru 6,37 · 10^{6} m a hmotnosti 5,98 · 10^{24} kg. Kolem Slunce obíhá Země rychlostí 29,8 km · s^{-1}. Vypočtěte a) moment setrvačnosti Země vzhledem k její rotační ose, b) kinetickou energii rotačního pohybu Země, c) kinetickou energii posuvného pohybu Země.

2.289 Střela o průměru 7,62 mm a hmotnosti 10 g byla vypálena ze samopalu rychlostí 800 m · s^{-1}, přičemž jí byla udělena rotace s frekvencí 500 Hz. Moment setrvačnosti střely vzhledem k její rotační ose je 5,9 · 10^{-8} kg · m^{2}. Určete kinetickou energii a) posuvného pohybu střely, b) rotačního pohybu střely. Proč se střela uvádí do rotačního pohybu?

2.290 Tenisový míček má hmotnost 58 g, poloměr 3,2 cm a moment setrvačnosti vzhledem k rotační ose 4 · 10^{-5} kg · m^{2}. Hráč při servisu udělil míčku rychlost o velikosti 90 km · h^{-1}, přičemž ho uvedl do rotace s frekvencí 10 Hz. Určete kinetickou energii a) posuvného pohybu míčku, b) otáčivého pohybu míčku.

2.291 Homogenní válec se otáčí kolem své rotační osy s frekvencí 25 Hz. S jakou frekvencí by se musela otáčet homogenní koule o stejném poloměru a stejné hmotnosti, aby měla stejnou kinetickou energii jako válec?

2.292 Určete kinetickou energii plného homogenního válce o poloměru R a hmotnosti m, který se valí po rovině bez prokluzování rychlostí o velikosti v.

2.293 Obruč a disk o stejných hmotnostech a stejných poloměrech se valí po rovině stejně velkou rychlostí. Mají také stejnou kinetickou energii? Odpověď zdůvodněte.

2.294 Setrvačník tvaru homogenního válce má hmotnost 100 kg a moment setrvačnosti vzhledem k rotační ose 8 kg · m^{2}. Setrvačník se otáčí úhlovou rychlostí 200 rad · s^{-1}. Určete a) kinetickou energii setrvačníku, b) rychlost, kterou by se musel pohybovat posuvným pohybem, aby měl stejnou kinetickou energii, c) rychlost, kterou by se musel pohybovat valivým pohybem, aby měl stejnou kinetickou energii.

2.295 Koule je pouštěna z klidu žlábkem, jehož horní konec je ve výšce 1,2 m nad spodním koncem. Vypočtěte, jaké rychlosti dosáhne koule na spodním konci žlábku, koná-li valivý pohyb. Valivý odpor a odpor prostředí zanedbejte.

2.296 V dětském setrvačníkovém autíčku je setrvačník o momentu setrvačnosti $2 \cdot 10^{-7}$ $kg \cdot m^2$. Při rozjíždění autíčka je setrvačník roztočen s frekvencí 100 Hz. Jaké rychlosti autíčko dosáhne na vodorovné rovině? Hmotnost autíčka je 120 g. Předpokládejte, že se rozjíždí z klidu, tření i valivý odpor zanedbejte.

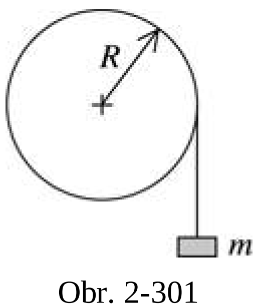
2.297 Kolo o hmotnosti 1,2 kg a momentu setrvačnosti $0{,}25\ kg \cdot m^2$ je roztočeno úhlovou rychlostí $15\ rad \cdot s^{-1}$ a položeno na stoupající vozovku, po níž se začne valit vzhůru. O jakou výšku vystoupí? Valivý odpor neuvažujte.

2.298 Po nakloněné rovině pustíme současně dvě kuličky o stejných hmotnostech a stejných poloměrech. Jedna z kuliček je plná, druhá dutá. Lze z pohybu kuliček po nakloněné rovině zjistit, která kulička je plná a která dutá? Vysvětlete.

2.299 Zahradnický válec má průměr 26 cm a hmotnost 50 kg. Válec se valí rychlostí $0{,}8\ m \cdot s^{-1}$ po vodorovné podložce. Vypočtěte a) kinetickou energii válce, b) velikost síly působící ve vodorovném směru, kterou válec udržíme v rovnoměrném přímočarém pohybu, je-li rameno valivého odporu 65 mm.

2.300 Určete celkovou kinetickou energii vozíčku, který má bez koleček hmotnost 200 g a každé z jeho čtyř koleček má hmotnost 20 g, pohybuje-li se vozíček rychlostí $0{,}5\ m \cdot s^{-1}$. Kolečka považujte za plné homogenní válce.

2.301 Na obvodu válce, který má poloměr 0,35 m a moment setrvačnosti $0{,}12\ kg \cdot m^2$, je navinuto vlákno, na němž je zavěšeno závaží o hmotnosti 0,4 kg (obr. 2-301 [2-36]). Válec je otáčivý kolem osy jdoucí jeho středem. Vlákno na obvodu kola neprokluzuje. Vypočtěte, jak velkou úhlovou rychlostí se otáčí kolo, jestliže závaží urazilo z klidu dráhu 2 m. Tření a hmotnost vlákna neuvažujte.

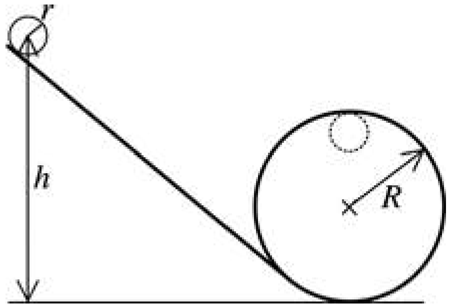


Obr. 2-301

2.302 Svislý tenký homogenní sloup o výšce 3,5 m byl podřezán u země a spadl. Určete, jak velkou rychlostí dopadl na vodorovnou zem koncový bod sloupu.

2.303 Tenká tyč o hmotnosti 1 kg a délce 1 m je otáčivá kolem vodorovné osy jdoucí koncovým bodem tyče. Tyč dáme do nejvyšší polohy a necháme padat. Jak velkou rychlostí projde koncový bod tyče nejnižší polohou? Jak velkou silou je při průchodu tyče nejnižší polohou namáhána osa?

2.304 Nakloněná rovina přechází na konci ve válcovou smyčku o poloměru *R*. Po nakloněné rovině vypustíme z klidu malý homogenní disk o poloměru *r*, který se po ní začne valit bez prokluzování. Z jaké nejmenší výšky *h* musí být vypuštěn střed disku, aby proběhl celou smyčku? (obr. 2-304 [2-38])



Obr. 2-304

2.305 Proč se při vrhu diskem uvádí disk do rotačního pohybu?

2.306 Na luxusnějších zaoceánských lodích se umísťují těžké setrvačníky. Tak např. zaoceánský parník Conte di Savoia byl opatřen třemi stotunovými setrvačníky o průměru 5 m, které konaly 800 otáček za minutu. Proč se tak těžké setrvačníky na lodích používají?

2.307 Uveďte některé příklady praktického použití setrvačníků.

2.6 Mechanika tekutin

2.308 Čím se liší ideální kapalina od kapaliny reálné?

2.309 V nádobě tvaru válce je uzavřena kapalina pístem, jehož průřez má obsah 25 cm^2. Jaký tlak vznikne v kapalině, jestliže na píst působí tlaková síla 30 N?

2.310 Na píst hustilky o průměru 2,4 cm působíme tlakovou silou 20 N. Jaký tlak vznikne uvnitř hustilky, uzavřeme-li její vývod?

2.311 Jak velkou tlakovou silou působíme na píst hustilky, jehož průřez je 8 cm^2, potřebujeme-li vyvolat tlak 50 kPa?

2.312 V pneumatice kola automobilu byl naměřen tlak 500 kPa. Jak velká tlaková síla působí na část stěny pneumatiky o obsahu a) 1 cm^2, b) 1 dm^2?

2.313 V kapalině, v níž je vnější silou vyvolán tlak 100 kPa, je ponořena krychle o hraně 1 cm. a) Jak velká tlaková síla působí na každou stěnu krychle? b) Jak velká je výslednice všech tlakových sil působících na krychli? Hydrostatický tlak v kapalině neuvažujte.

2.314 Z malého otvoru ve stěně hadice vystřikuje voda. V jakém směru voda vystřikuje? Odpověď zdůvodněte.

2.315 Platí Pascalův zákon pro kapalinu v uzavřené nádobě také v beztížném stavu, např. v prostoru umělé družice Země?

2.316 Na píst hydraulického lisu o obsahu 25 cm^2 působí síla o velikosti 100 N. a) Jaký tlak vyvolá tato síla v kapalině lisu? b) Jak velká síla působí na druhý píst o obsahu 1 000 cm^2? c) O jakou vzdálenost se posune druhý píst, jestliže se menší píst posune o 8 cm?

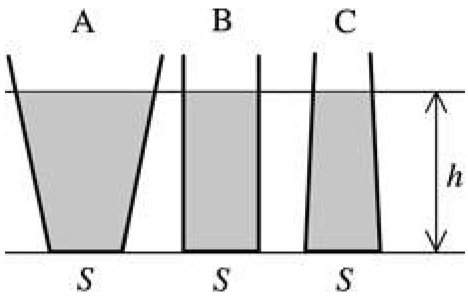
2.317 Písty hydraulického zvedáku mají průměr 3 cm a 15 cm. Jak velkou silou musíme působit na menší píst, chceme-li zvedat těleso o hmotnosti 200 kg?

2.318 Určete hydrostatický tlak v hloubce 10 m pod vodní hladinou.

2.319 Potápěč sestoupil na dno jezera do hloubky 28 m. a) Jaký je v této hloubce hydrostatický tlak? b) Jak velká je v této hloubce hydrostatická tlaková síla, která působí na plochu o obsahu 1 cm^2?

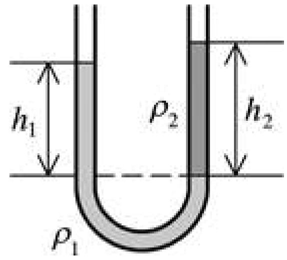
2.320 Nejhlubší místo v Tichém oceáně je v hloubce 11 034 m. Určete v této hloubce a) hydrostatický tlak, b) velikost tlakové síly působící na plochu o obsahu 1 cm^2. Hustota mořské vody je 1 020 $kg \cdot m^{-3}$, tíhové zrychlení počítejte 9,8 $m \cdot s^{-2}$.

2.321 Do nádob A, B, C (obr. 2-321 [2-39]), které mají stejný obsah *S* dna, je nalita kapalina do stejné výšky. a) V které nádobě působí na dno největší tlaková síla? b) V které nádobě se tlaková síla působící na dno rovná tíze kapaliny v nádobě?



Obr. 2-321

2.322 Do spojených nádob nalejeme vodu. Do jednoho ramena přilejeme olej neznámé hustoty (obr. 2-322 [2-40]). Výška sloupce vody nad společným rozhraním je h_1 = 27 cm, výška sloupce oleje h_2 = 30 cm. Určete hustotu oleje ρ_2, známe-li hustotu vody ρ_1.



Obr. 2-322

2.323 Do spojených nádob je nalita rtuť. Do jaké výšky musíme nalít do jednoho ramena vodu, aby byla rtuť v druhém ramenu o 2 cm výše než v prvním ramenu?

2.324 Jak vysoký sloupec vody vyvolá hydrostatický tlak 1 000 hPa? Jak vysoký sloupec rtuti vyvolá tento tlak?

2.325 Normální atmosférický tlak je 1 013,25 hPa. Jaká výška sloupce rtuti tomu ve rtuťovém barometru odpovídá? Tíhové zrychlení počítejte 9,8 m · s^{-2}.

2.326 Na rtuťovém barometru byla změřena výška rtuťového sloupce 737 mm. Jaký byl atmosférický tlak? Tíhové zrychlení počítejte 9,8 m · s^{-2}.

2.327 Skleněný válec vysoký 20 cm o obsahu průřezu 30 cm^2 naplníme zcela vodou. Na horní okraj válce přiložíme list papíru a válec obrátíme. Proveďte pokus a vysvětlete, proč voda nevyteče. Jak velkou silou je papír přitlačován k válci, je-li atmosférický tlak 10^5 Pa?

2.328 K odměřování malých objemů kapalin v laboratořích se používá pipeta. Proveďte pokus a vysvětlete její funkci.

2.329 Jak vysoký sloupec vody udrží atmosférický tlak?

2.330 Jak velkou silou je přitlačována k okenní tabuli přísavka o průměru 3 cm při normálním atmosférickém tlaku?

2.331 Určete velikost vztlakové síly, která působí na krychli o hraně 10 cm ponořené a) ve vodě, b) v oleji o hustotě 900 kg · m^{-3}, c) v glycerinu o hustotě 1 200 kg · m^{-3}.

2.332 Do vody jsou ponořena dvě závaží o stejné hmotnosti 100 g. Jedno závaží je z mosazi, druhé z hliníku. Na které závaží působí větší vztlaková síla? Odpověď zdůvodněte.

2.333 Mosazné závaží o hmotnosti 100 g ponoříme nejprve do vody, potom do lihu. V kterém případě působí na závaží větší vztlaková síla? Odpověď zdůvodněte.

2.334 Na těleso ponořené do vody v hloubce 1 m působí vztlaková síla 20 N. Jak velká vztlaková síla na ně působí, ponoří-li se do hloubky 5 m ?

2.335 Na těleso ponořené do vody působí na Zemi vztlaková síla o velikosti 30 N. Jak velká vztlaková síla by působila na toto těleso a) na povrchu Měsíce, b) na povrchu planety Jupiter? Tíhové zrychlení na Měsíci je $g/6$, na Jupiteru $2{,}6g$.

2.336 Jak velkou silou zvedneme ve vodě kámen o hmotnosti 10 kg a objemu 4 dm^3? Jak velkou silou kámen zvedáme na vzduchu?

2.337 Chlapec zvedá žulový kámen ve vodě silou 32 N, na vzduchu silou 52 N. Jakou hustotu má žula?

2.338 Hliníkový klíč byl vyvážen na vzduchu závažím o hmotnosti 26,8 g, ve vodě závažím o hmotnosti 16,9 g. Určete a) hustotu hliníku, b) objem klíče.

2.339 Ponoříme-li těleso o hmotnosti 10 kg do kapaliny o hustotě 800 $kg \cdot m^{-3}$, působí na ně výsledná síla o velikosti 40 N směrem dolů. Jaký je objem tohoto tělesa?

2.340 2 Zlatý prsten je vyvážen na vzduchu závažím 1 g, ve vodě závažím 0,92 g. Je zhotoven z čistého zlata? Hustota zlata je 19 300 $kg \cdot m^{-3}$.

2.341 Jestliže naložíme na loď náklad o hmotnosti 10 t, zvětší se její ponor o 5 cm. Stanovte obsah vodorovného průřezu lodi v rovině vodní hladiny.

2.342 Plavec o hmotnosti 50 kg se potopil do hloubky 3 m, kde se postavil na dno bazénu. Jak velkou tlakovou silou působil na dno bazénu? Průměrná hustota lidského těla je a) při vydechnutí 1 050 $kg \cdot m^{-3}$, b) při nadechnutí 1 000 $kg \cdot m^{-3}$.

2.343 Jak velká část V' celkového objemu V ledovce zůstává skryta pod mořskou hladinou? Hustota ledu je 920 $kg \cdot m^{-3}$, hustota mořské vody 1 030 $kg \cdot m^{-3}$.

2.344 Jakou nejmenší tloušťku musí mít ledová kra o obsahu plochy 4 m^2, která právě unese těleso o hmotnosti 96 kg? Kra má tvar ploché desky. Hustota ledu je 920 $kg \cdot m^{-3}$.

2.345 Vložíme-li dřevěný kvádr do nádoby s vodou, ponoří se do 3/5 svého objemu. Vložíme-li týž kvádr do nádoby s lihem, ponoří se do 3/4 svého objemu. Určete a) hustotu dřeva, z něhož je kvádr zhotoven, b) hustotu lihu.

2.346 Jakou nejmenší silou musíme působit na dřevěný trámek o objemu 15 dm^3, abychom ho udrželi pod vodní hladinou? Hustota dřeva je 600 $kg \cdot m^{-3}$.

2.347 Ponoříme-li korkovou zátku zcela do vody a potom uvolníme, vyplave působením vztlakové síly na vodní hladinu. Jaký bude výsledek pokusu, provedeme-li ho v beztížném prostoru umělé družice Země? Platí Archimedův zákon ve stavu beztíže?

2.348 Dutá koule o průměru 10 cm plove na vodě, přičemž je ponořena právě do poloviny svého objemu. Určete její hmotnost.

2.349 Dutá koule o průměru 10 cm má hmotnost 0,5 kg. a) Jakou hustotu má kapalina, v níž se koule volně vznáší? b) Jaké závaží bychom měli vložit do koule, aby se volně vznášela ve vodě?

2.350 Korytem řeky o obsahu kolmého řezu 80 m^2 protéká voda rychlostí 3 $m \cdot s^{-1}$. Jaký je objemový průtok řeky?

2.351 Potrubím o obsahu kolmého řezu 30 cm^2 protéká kapalina rychlostí 0,5 $m \cdot s^{-1}$. Určete a) objemový průtok kapaliny, b) objem kapaliny, která proteče průřezem potrubí za l minutu.

2.352 Potrubím o obsahu kolmého řezu 50 cm^2 proteče za dobu 5 minut 1 500 litrů vody. Vypočítejte a) objemový průtok vody, b) velikost rychlosti proudící vody.

2.353 Obsah kolmého řezu trubice se zužuje ze 120 cm^2 na 20 cm^2. Širší částí trubice protéká voda rychlostí 0,5 $m \cdot s^{-1}$. Jak velkou rychlostí proudí voda zúženou částí trubice?

2.354 Chceme-li při zalévání zahrádky dostříknout hadicí do větší vzdálenosti, zmenšíme výtokový otvor stlačením hadice nebo opatříme hadici zúženým nátrubkem. Vysvětlete.

2.355 Hadice o vnitřním průměru 4 cm je zakončena tryskou o vnitřním průměru 1 cm. a) Jak velkou rychlostí proudí voda tryskou, protéká-li hadicí rychlostí 0,5 $m \cdot s^{-1}$? b) Jak velkou rychlostí by musela protékat voda hadicí, kdyby měla proudit tryskou rychlostí 20 $m \cdot s^{-1}$?

2.356 Obsah plochy průřezu vodorovného potrubí se zužuje z 30 cm^2 na 10 cm^2. Protéká-li potrubím voda, ukazují manometrické trubice umístěné v širší a v užší části potrubí rozdíl hladin 40 cm. Určete velikost rychlosti v širší i užší části potrubí.

2.357 Obsah plochy průřezu vodorovného potrubí se zužuje z 50 cm^2 na 15 cm^2. V širší části potrubí je rychlost protékající vody 3 $m \cdot s^{-1}$ a tlak 85 kPa. Jak velkou rychlostí a při jakém tlaku proudí voda v užší části potrubí?

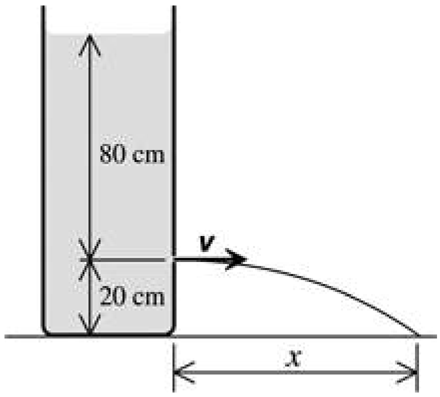
2.358 Jestliže se na řece míjejí dvě loďky velmi blízko sebe, pozorujeme, že se k sobě přitahují. Jak to vysvětlíte?

2.359 Foukněte mezi dva listy papíru, které držíte ve svislé poloze blízko u sebe. Co pozorujete? Vysvětlete.

2.360 Jak velkou rychlostí vytéká voda otvorem z válcové nádoby, který je v hloubce a) 20 cm, b) 80 cm pod hladinou?

2.361 Jak velká je výtoková rychlost vody proudící výpustním otvorem přehrady, který je 20 m pod vodní hladinou?

2.362 Z otvoru ve stěně nádoby tryská voda (obr. 2-362 [2-43]). Určete a) rychlost v vody proudící otvorem, b) vzdálenost x, do které voda na podlaze dostříkne.



Obr. 2-362

2.363 Do otevřené válcové nádoby přitéká plynule voda tak, že za 1 s přiteče 0,5 litru vody. Ve dnu nádoby je otvor o obsahu průřezu 2 cm^2. V jaké výšce se ustálí voda v nádobě?

2.364 Jak velkou odporovou sílu přemáhá motor automobilu při rychlosti 90 km · h^{-1}? Součinitel odporu je 0,3, čelní průřez vozidla 2 m^2 a hustota vzduchu 1,3 kg · m^{-3}.

2.365 Jak velká odporová síla působí na kuličku o poloměru 1 cm, padá-li ve vzduchu rychlostí 40 m · s^{-1}? Součinitel odporu pro kouli je 0,48, hustota vzduchu 1,3 kg · m^{-3}.

2.366 Výsadkář o hmotnosti 75 kg vyskakuje s padákem o průměru 9 m. Na jaké hodnotě se ustálí rychlost jeho pohybu? Součinitel odporu je 1,2, hustota vzduchu 1,3 kg · m^{-3}.

Výsledky

2.1 Kinematika

R2.1 Pro převod jednotek platí 1 m · s^{-1} = 3,6 km · h^{-1}, rychlosti jsou 36 km · h^{-1}, 72 km · h^{-1}, 108 km · h^{-1} a 144 km · h^{-1}.

R2.2 Pro převod jednotek platí

$$1\,\mathrm{km}\cdot\mathrm{h}^{-1} = \frac{1}{3{,}6}\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1},$$

rychlosti jsou 5 m · s^{-1}, 15 m · s^{-1} a 25 m · s^{-1}.

R2.3 s = 180 km, t = 2,5 h; v_p = ?

$v_p = s/t$ = 72 km · h^{-1} = 20 m · s^{-1}.

R2.4 s = 7,5 km = 7 500 m, t = 5 min = 300 s; v_p = ?

$v_p = s/t$ = 25 m · s^{-1} = 90 km · h^{-1}

R2.5 s = 3 km = 3 000 m, t = 10 min = 600 s, t_1 = 0,5 h = 1 800 s; v_p = ?, s_1 = ?

$v_p = s/t$ = 5,0 m · s^{-1} = 18 km · h^{-1}

$s_1 = v_p t_1$ = 9 km

R2.6 s = 600 m, t = 40 s, v_{dov} = 40 km · h^{-1}; $v - v_{dov}$ = ?

$v = s/t$ = 15 m · s^{-1} = 54 km · h^{-1}

$v - v_{dov}$ = 14 km · h^{-1}

R2.7 v_1 = 90 km · h^{-1}, v_2 = 50 km · h^{-1}, $t_1 = 3t/4$, $t_2 = t/4$; v_p = ?

Průměrnou rychlost v_p určíme jako podíl celkové dráhy s a doby t, za kterou automobil tuto dráhu ujede, tedy

$$v_p = \frac{s}{t}.$$

Za dobu t_1 ujede automobil při rychlosti v_1 dráhu

$s_1 = v_1 t_1 = \dfrac{3v_1 t}{4}$, za dobu t_2 při rychlosti v_2 dráhu $s_2 = v_2 t_2 = \dfrac{v_2 t}{4}$.

Celková dráha je pak

$$s = s_1 + s_2 = \frac{3v_1 t}{4} + \frac{v_2 t}{4} = \frac{(3v_1 + v_2)t}{4}$$

a průměrná rychlost

$$v_p = \frac{s}{t} = \frac{3v_1 + v_2}{4} = 80\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}.$$

R2.8 $v_1 = 90\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$, $v_2 = 50\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$, $s_1 = 3s/4$, $s_2 = s/4$; $v_p = ?$

Průměrnou rychlost v_p určíme jako podíl celkové dráhy s a doby t, za kterou automobil tuto dráhu ujede, tedy

$$v_p = \frac{s}{t}.$$

Dráhu s_1 ujede automobil za dobu

$$t_1 = \frac{s_1}{v_1} = \frac{3s}{4v_1},$$

dráhu s_2 za dobu

$$t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{s}{4v_2}.$$

Celková doba jízdy je

$$t = t_1 + t_2 = \frac{3s}{4v_1} + \frac{s}{4v_2}$$

a po úpravě

$$t = \frac{(v_1 + 3v_2)s}{4v_1 v_2}.$$

Průměrná rychlost automobilu je pak

$$v_p = \frac{s}{t} = \frac{4v_1 v_2}{v_1 + 3v_2} = 75\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}.$$

R2.9 $t_1 = 2\ \mathrm{h}$, $v_1 = 6\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$, $t_2 = 1\ \mathrm{h}$, $v_2 = 3\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$; $v_p = ?$

$$v_p = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2}{t_1 + t_2} = 5\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}$$

R2.10 $s_1 = s/2$, $v_1 = 80\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$, $s_2 = s/2$, $v_2 = 20\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$; $v_p = ?$

$$v_p = \frac{s}{t_1 + t_2} = \frac{s}{\frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_2}} = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2} = 32\,\mathrm{km \cdot h^{-1}}$$

R2.11 $s_1 = 18\ \mathrm{km}$, $s_2 = 9\ \mathrm{km}$, $v_1 = 15\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$, $v_2 = 30\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$; $v_p = ?$

$$v_p = \frac{s_1 + s_2}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2}} = \frac{v_1 v_2 (s_1 + s_2)}{s_1 v_2 + s_2 v_1} = 18\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$$

R2.12 s = 30 km, t = 1/2 h, t_1 = 20 min = 1/3 h, t_2 = 10 min = 1/6 h, v_1 = 30 km · h^{-1}; v_2 = ?

$$s = v_1 t_1 + v_2 t_2 \Rightarrow v_2 = \frac{s - v_1 t_1}{t_2} = 120\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$$

R2.13 t = 15 min = 0,25 h, v = 80 km · h^{-1}; s = ?

$s = vt$ = 20 km

R2.14 s = 400 m, v = 8 m · s^{-1}; t = ?

$t = s/v$ = 50 s

R2.15 v = 25 cm · s^{-1} = 0,25 m · s^{-1}, t = 3 min = 180 s; a) s = ?, b) s_1 = 10 m; t_1 = ?

a) $s = vt$ = 45 m

b) $t_1 = s_1/v$ = 40 s

R2.16 s = 150 · 10^6 km, c = 3 ·10^5 km · s^{-1}; t = ?

$t = s/c$ = 500 s ≈ 8,3 min

R2.17 l = 700 m, d = 200 m, t = 1 min = 60 s; v = ?

$$v = \frac{s}{t} = \frac{l + d}{t} = 15\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = 54\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$$

R2.18 a) Z grafu odečteme pro automobil dvě odpovídající si hodnoty, např. t_1 = 15 s, s_1 = 300 m. Rychlost $v_1 = s_1/t_1$ = 20 m · s^{-1}. Pro cyklistu např. t_2 = 20 s, s_2 = 100 m, jeho rychlost $v_2 = s_2/t_2$ = 5 m · s^{-1}. b) Dráhy můžeme odečíst z grafu nebo vypočítat pomocí rychlosti a času. Dráha automobilu je 300 m, dráha cyklisty je 75 m.

R2.19 d_1 = 160 m, v_1 = 54 km · h^{-1} = 15 m · s^{-1}, d_2 = 240 m; a) t_1 = 6 s; v_2 = ?, b) t_2 = ?

$$\text{a)}\ t_1 = \frac{d_2}{v_1 + v_2} \Rightarrow v_2 = \frac{d_2}{t_1} - v_1 = 25\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = 90\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$$

$$\text{b)}\ t_2 = \frac{d_1}{v_1 + v_2} = 4\ \mathrm{s}$$

R2.20 l = 400 m, v_A = 5 m · s^{-1}, v_B = 3 m · s^{-1}; t = ?, s_A = ?, s_B = ?

$$t = \frac{l}{v_A - v_B} = 200\ \mathrm{s} = 3\ \mathrm{min}\ 20\ \mathrm{s}$$

$$s_A = v_A t = 1\,000\ \mathrm{m}$$

$$s_B = v_B t = 600\ \mathrm{m}$$

R2.21 $v_A = 20\ \text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$, $v_B = 30\ \text{cm} \cdot \text{s}^{-1}$, $t_B = 5\ \text{s}$; $t = ?$, $s = ?$

Dobu pohybu hmotného bodu A do okamžiku míjení obou bodů označíme t. Hmotný bod A urazí za dobu t dráhu $s_A = v_A t$, hmotný bod B za dobu $t - t_B$ dráhu $s_B = v_B(t - t_B)$. Poněvadž oba hmotné body urazí do místa setkání stejné dráhy $s_A = s_B$, platí

$v_A t = v_B(t - t_B)$,

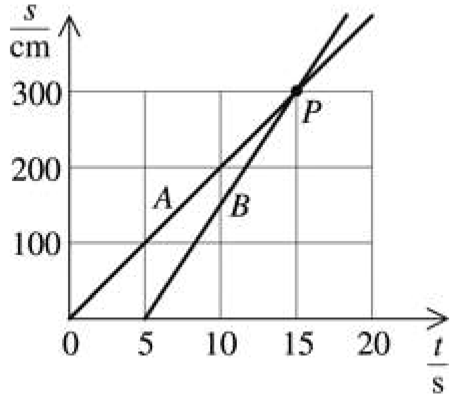
odtud doba

$$t = \frac{v_B t_B}{v_B - v_A} = 15\ \text{s}.$$

Je to doba, za kterou je hmotný bod A dostižen hmotným bodem B. Doba pohybu bodu B je pak $t - t_B = 10\ \text{s}$, doba pohybu bodu A je $t = 15\ \text{s}$.

Vzdálenost bodů od místa startu určíme ze vztahu pro dráhu s_A nebo ze vztahu pro dráhu s_B. V obou případech dostaneme $s_A = s_B = 300\ \text{cm} = 3\ \text{m}$.

Při grafickém řešení sestrojíme pro oba body grafy závislosti dráhy na čase (obr. R2-21 [2-2]). Sestrojené polopřímky se protínají v bodě P, jehož souřadnice 15 s a 300 cm udávají dobu a místo setkání bodů.



Obr. R2-21

R2.22 $v_1 = 60\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$, $v_2 = 80\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$, $\Delta t = 0{,}5\ \text{h}$; $t = ?$, $s = ?$

$$v_1 t = v_2(t - \Delta t)$$
$$t = \frac{v_2 \Delta t}{v_2 - v_1} = 2\ \text{h}$$
$$s = v_1 t = v_2(t - \Delta t) = 120\ \text{km}$$

R2.23 $v_1 = 600\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$, $v_2 = 1\,200\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$, $\Delta t = 15\ \text{min} = 0{,}25\ \text{h}$; $t = ?$, $s = ?$

$$v_1 t = v_2(t - \Delta t)$$
$$t = \frac{v_2 \Delta t}{v_2 - v_1} = 0{,}5\ \text{h} = 30\ \text{min}$$
$$s = v_1 t = v_2(t - \Delta t) = 300\ \text{km}$$

R2.24 $d = 6$ km $= 6\,000$ m, $v_1 = 36$ km · h^{-1} $= 10$ m · s^{-1}, $v_2 = 72$ km · h^{-1} $= 20$ m · s^{-1}; $t = ?$, $s = ?$

$$t = \frac{d}{v_1 + v_2} = 200\ \mathrm{s} = 3\ \mathrm{min}\ 20\ \mathrm{s}$$
$$s = v_1 t = 2\,000\ \mathrm{m} = 2\ \mathrm{km}$$

R2.25 $l_1 = 20$ m, $l_2 = 20$ m, $d_1 = 5$ m, $d_2 = 15$ m, $v_1 = 72$ km · h^{-1} $= 20$ m · s^{-1}, $v_2 = 54$ km · h^{-1} $= 15$ m · s^{-1}; $t = ?$, $s = ?$

$$v_1 t = l_1 + l_2 + d_1 + d_2 + v_2 t$$
$$t = \frac{l_1 + l_2 + d_1 + d_2}{v_1 - v_2} = 12\ \mathrm{s}$$
$$s_1 = v_1 t = 240\ \mathrm{m}$$

R2.26 $v = 3$ m · s^{-1}, $v_A = 3$ m · s^{-1}, $v_B = 3$ m · s^{-1}, $v_C = 0$; $v_1 = ?$, $v_2 = ?$, $v_3 = ?$

$v_1 = v + v_A = 6$ m · s^{-1}

$v_2 = v - v_B = 0$

$v_3 = v = 3$ m · s^{-1}

R2.27 Vzhledem k povrchu Země jsou v klidu body, v kterých se dotýkají kola povrchu kolejnic. Opačným směrem, než je směr pohybu vozu, se pohybují body kola, které jsou níže, než je povrch kolejnic.

R2.28 $v = 5$ m · s^{-1}; $v_1 = ?$, $v_2 = ?$

Rychlost horní části pásu $v_1 = 2v = 10$ m · s^{-1}, dolní část je v klidu, $v_2 = 0$.

R2.29 $v_1 = 1{,}5$ m · s^{-1}, $v_2 = 3{,}5$ m · s^{-1}; $v_a = ?$, $v_b = ?$

a) $v_a = v_1 + v_2 = 5$ m · s^{-1}

b) $v_b = v_2 - v_1 = 2$ m · s^{-1} (ve směru proudu v řece)

R2.30 $s = 120$ m, $t_1 = 12$ s, $t_2 = 24$ s; $v_1 = ?$, $v_2 = ?$

$v_1 + v_2 = \frac{s}{t_1}$, $v_1 - v_2 = \frac{s}{t_2}$. Sečtením těchto rovnic dostaneme

$2v_1 = \frac{s}{t_1} + \frac{s}{t_2}$, po úpravě $v_1 = \frac{s(t_1 + t_2)}{2t_1t_2} = 7{,}5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$,

odečtením rovnic dostaneme $2v_2 = \frac{s}{t_1} - \frac{s}{t_2}$ a po úpravě

$v_2 = \frac{s(t_2 - t_1)}{2t_1t_2} = 2{,}5\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$.

R2.31 $v_1 = 15$ m · s^{-1}, $v_2 = 8$ m · s^{-1}; a) $v = ?$, b) $\alpha = ?$

a) $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 17\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

b) $\mathrm{tg}\alpha = \dfrac{v_1}{v_2} = 1{,}875,\ \alpha = 62°$

R2.32 $v_1 = 24\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $v_2 = 7\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $v = ?$

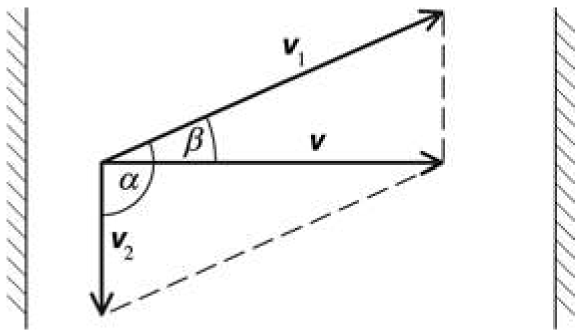
a) $v = v_1 + v_2 = 31\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

b) $v = v_1 - v_2 = 17\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

c) $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 25\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

R2.33 $v_1 = 13\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $v_2 = 5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $\alpha = ?$, $v = ?$

Výslednou rychlost $\boldsymbol{v}$ motorového člunu vzhledem ke břehům řeky určíme jako vektorový součet rychlosti $\boldsymbol{v}_1$ člunu a rychlosti $\boldsymbol{v}_2$ vodního proudu v řece. Sestrojíme vektorový rovnoběžník rychlostí $\boldsymbol{v}_1$ a $\boldsymbol{v}_2$ tak, aby výsledná rychlost $\boldsymbol{v}$ byla kolmá k rychlosti proudu $\boldsymbol{v}_2$, a tedy i k břehům řeky (obr. R2-33 [2-3]).



Obr. R2-33

a) Vzhledem k proudu řeky pluje člun po úhlem $\alpha = 90° + \beta$, kde pro úhel β platí $\sin \beta = v_2/v_1$. Pro dané hodnoty $\beta = 23°$, $\alpha = 113°$.

b) Velikost výsledné rychlosti člunu je pak

$v = \sqrt{v_1^2 - v_2^2} = 12\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

R2.34 $v_1 = 0{,}85\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $v_2 = 0{,}40\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $d = 90\ \mathrm{m}$; a) $v = ?$, b) $t = ?$

a) $v = \sqrt{v_1^2 - v_2^2} = 0{,}75\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

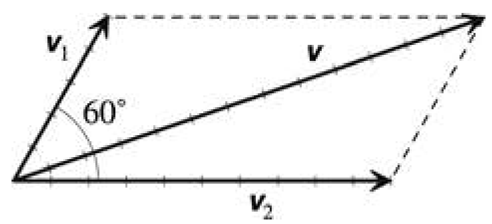
b) $t = \dfrac{d}{v} = \dfrac{d}{\sqrt{v_1^2 - v_2^2}} = 120\ \mathrm{s}$

R2.35 $v_1 = 2\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $v_2 = 1{,}5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $h = 800\ \mathrm{m}$; a) $v = ?$, b) $d = ?$

a) $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = 2{,}5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

b) $d = h\dfrac{v_2}{v_1} = 600\ \mathrm{m}$

R2.36 $v_1 = 5\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$, $v_2 = 10\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$, $\alpha = 60°$; $v = ?$



Obr. R2-36

Z obrázku R2-36 odečteme výslednou rychlost $v \approx 13\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$.

R2.37 $t = 5$ s, $v = 1\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $a = ?$, $s = ?$

$$a = \frac{v}{t} = 0{,}2\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

$$s = \frac{1}{2}at^2 = 2{,}5\ \mathrm{m}$$

R2.38 $t = 5$ s, $s = 50$ m; $a = ?$

$$s = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow a = \frac{2s}{t^2} = 4\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

R2.39 $v_0 = 3\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $v = 7\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $t = 8$ s; a) $a = ?$, b) $s = ?$

a) Z rovnice pro rychlost rovnoměrně zrychleného pohybu $v = v_0 + at$ vyjádříme velikost zrychlení

$$a = \frac{v - v_0}{t} = 0{,}5\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}.$$

b) Vztah pro zrychlení dosadíme do rovnice pro dráhu rovnoměrně zrychleného pohybu $s = v_0t + at^2/2$ a po úpravě dostaneme

$$s = \frac{1}{2}(v_0 + v)t = 40\ \mathrm{m}.$$

R2.40 $t = 10$ s, $v_1 = 6\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $v_2 = 18\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $a = ?$, $s = ?$

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t} = 1{,}2\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

$$s = v_1t + \frac{1}{2}at^2 = 120\ \mathrm{m}$$

R2.41 $v_1 = 54\ \mathrm{km \cdot h^{-1}} = 15\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $v_2 = 90\ \mathrm{km \cdot h^{-1}} = 25\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $s = 200$ m; $a = ?$

$$s = v_1t + \frac{1}{2}at^2$$

$$t = \frac{v_2 - v_1}{a}$$

Po dosazení a úpravě dostaneme pro dráhu vztah

$$s = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2a},$$

odtud zrychlení

$$a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s} = 1\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}.$$

R2.42 t = 6 s, s = 18 m, v_0 = 1,5 m · s^{-1}; a = ?, v = ?

Pro rovnoměrně zrychlený pohyb hmotného bodu s počáteční rychlostí v_0 platí rovnice

$v = v_0 + at$, $s = v_0t + at^2/2$.

Z rovnice pro dráhu určíme zrychlení

$$a = \frac{2(s - v_0t)}{t^2} = 0{,}5\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}.$$

Vztah pro zrychlení dosadíme do rovnice pro rychlost a po úpravě dostaneme

$$v = \frac{2s}{t} - v_0 = 4{,}5\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}.$$

R2.43 d = 3 m, v = 600 m · s^{-1}; t = ?, a = ?

$$d = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}vt \Rightarrow t = \frac{2d}{v} = 0{,}01\,\mathrm{s}$$

$$a = \frac{v}{t} = 60\,000\,\mathrm{m \cdot s^{-2}} = 60\,\mathrm{km \cdot s^{-2}}$$

R2.44 t = 12 s, s =36 m, t_1 = 1 s; s_1 = ?

$$a = \frac{2s}{t^2} = 0{,}5\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

$$s_1 = \frac{1}{2}at_1^2 = s\frac{t_1^2}{t^2} = 0{,}25\,\mathrm{m}$$

R2.45 a) Z grafu odečteme pro dané časy rychlosti v_1 = 3 m · s^{-1}, v_2 = 6 m · s^{-1}, v_3 = 7 m · s^{-1}.

b) $a_1 = v_1/t_1$ = 3 m · s^{-2}, a_2 = 0 (rychlost se v době od 2 s do 4 s nemění),

$$a_3 = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 1\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}.$$

R2.46 a) v_0 = ?, b) v_{max} = ?, c) a = ?, d) t = 10 s; s = ?

a) Z grafu odečteme pro čas t = 0 počáteční rychlost v_0 = 4 m · s^{-1}.

b) $v_{max} = 16\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

c) $a = \dfrac{v_{max} - v_0}{t} = 1{,}2\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

d) $s = v_0 t + \dfrac{1}{2}at^2 = 100\ \mathrm{m}$

R2.47 a) Po dobu t_1 = 2 s je pohyb rovnoměrně zrychlený, po dobu t_2 = (9 – 2) s = 7 s je pohyb rovnoměrný, po dobu t_3 = (10 – 9) s = 1 s je pohyb rovnoměrně zpomalený.

b) $a_1 = v/t_1 = 0{,}75\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

$a_2 = 0$

$a_3 = v/t_3 = 1{,}5\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$

c) $s = \dfrac{1}{2}a_1 t_1^2 + vt_2 + vt_3 - \dfrac{1}{2}a_3 t_3^2 = 12{,}75\ \mathrm{m}$

R2.48 $v_0 = 72\ \mathrm{km \cdot h^{-1}} = 20\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, t = 5 s; a) a = ?, b) s = ?

a) Z rovnice pro rychlost rovnoměrně zpomaleného pohybu $v = v_0 - at$, kde konečná rychlost automobilu $v = 0$ (automobil zastavil), určíme velikost zrychlení

$$a = \frac{v_0}{t} = 4\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}.$$

b) Vztah pro zrychlení dosadíme do rovnice pro dráhu rovnoměrně zpomaleného pohybu

$$s = v_0 t - \frac{1}{2}at^2$$

a dostaneme

$$s = \frac{1}{2}v_0 t = 50\ \mathrm{m}.$$

R2.49 $v_0 = 15\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $a = 2\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; a) t = 5 s; v = ?, s = ?, b) t_1 = ?

a) $v = v_0 - at = 5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $s = v_0 t - at^2/2 = 50\ \mathrm{m}$

b) $t_1 = v_0/a = 7{,}5\ \mathrm{s}$

R2.50 t = 50 s, $v_1 = 72\ \mathrm{km \cdot h^{-1}} = 20\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $v_2 = 36\ \mathrm{km \cdot h^{-1}} = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; a = ?, s = ?

$$a = \frac{v_1 - v_2}{t} = 0{,}2\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

$$s = v_1 t - \frac{1}{2}at^2 = 750\ \mathrm{m}$$

R2.51 $a = 5\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, a) $v_0 = 54\ \mathrm{km \cdot h^{-1}} = 15\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, b) $v_0 = 108\ \mathrm{km \cdot h^{-1}} = 30\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; s = ?

$$s = \frac{v_0^2}{2a}$$

a) $s = 22{,}5$ m

b) $s = 90$ m

Při dvojnásobné rychlosti je brzdná dráha čtyřnásobná.

R2.52 $v_0 = 40$ km · h^{-1} = 11,1 m · s^{-1}, $s = 12{,}5$ m; a = ?

$$a = \frac{v_0^2}{2s} \approx 4{,}9\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

R2.53 $v_{dov} = 60$ km · h^{-1} = 16,7 m · s^{-1}, $s = 40$ m, $a = 5$ m · s^{-2}; v_0 = ?

$$v_0 = \sqrt{2sa} = 20\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = 72\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$$

$$v_0 - v_{dov} = 12\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$$

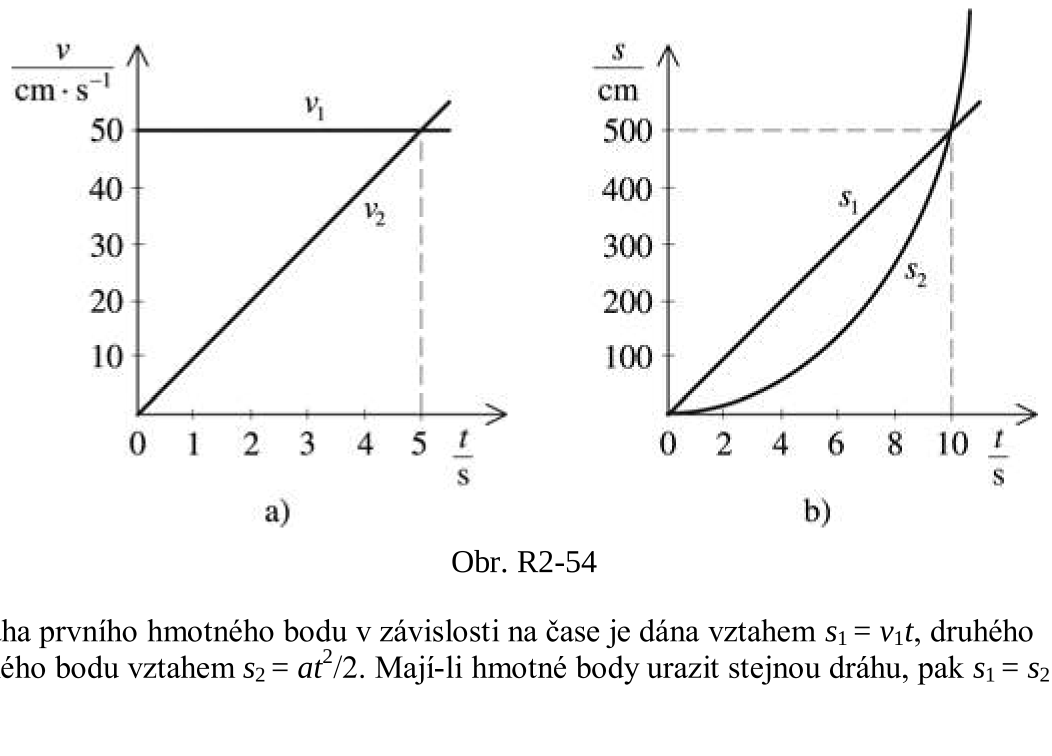
Automobil překročil dovolenou rychlost o 12 km · h^{-1}.

R2.54 $v_1 = 50$ cm · s^{-1}, $a = 10$ cm · s^{-2}; t = ?

a) První hmotný bod se pohybuje stálou rychlostí o velikosti v_1, velikost rychlosti druhého bodu závisí na čase vztahem $v_2 = at$. Jestliže mají mít oba hmotné body stejně velkou rychlost, platí $v_1 = v_2$ neboli $v_1 = at$. Odtud doba

$$t = \frac{v_1}{a} = 5\ \mathrm{s}.$$

Pro grafické řešení sestrojíme grafy závislosti rychlosti obou hmotných bodů na čase (obr. R2-54a [2-7]). Časová souřadnice průsečíku obou přímek udává čas, ve kterém jsou rychlosti bodů stejně velké.



Obr. R2-54

b) Dráha prvního hmotného bodu v závislosti na čase je dána vztahem $s_1 = v_1 t$, druhého hmotného bodu vztahem $s_2 = at^2/2$. Mají-li hmotné body urazit stejnou dráhu, pak $s_1 = s_2$

neboli $v_1 t = \frac{1}{2} a t^2$. Odtud doba $t = \frac{2v_1}{a} = 10$ s.

Pro grafické řešení sestrojíme grafy závislosti dráhy obou hmotných bodů na čase (obr. R2-54b [2-8]). Časová souřadnice jejich průsečíku opět udává čas, ve kterém hmotné body urazily stejné dráhy.

R2.55 $v_{01} = 4\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, $a_1 = 0{,}5\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, $v_{02} = 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, $a_2 = 1\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; a) $t_1 = ?$, $v = ?$, b) $t_2 = ?$, $s = ?$

a) $v_{01} + a_1 t_1 = v_{02} - a_2 t_1$

Odtud $t_1 = \frac{v_{02} - v_{01}}{a_1 + a_2} = 4$ s, $v = v_{01} + a_1 t_1 = v_{02} - a_2 t_2 = 6\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

b) $v_{01} t_2 + \frac{1}{2} a_1 t_2^2 = v_{02} t_2 - \frac{1}{2} a_2 t_2^2$

Tato kvadratická rovnice má dva kořeny.

1. $t_2 = 0$, což odpovídá počáteční poloze těles,

2. $t_2 = \frac{2(v_{02} - v_{01})}{a_1 + a_2} = 8$ s, což je hledaná doba.

Dráha, kterou obě tělesa za tuto dobu urazí, je

$$s = v_{01} t_2 + \frac{1}{2} a_1 t_2^2 = v_{02} t_2 - \frac{1}{2} a_2 t_2^2 = 48\ \text{m}.$$

R2.56 $d = 240$ m, $v_{01} = 4\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, $a_1 = 3\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, $v_{02} = 6\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, $a_2 = 2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; $t = ?$, $s_1 = ?$

$$d = v_{01} t + \frac{1}{2} a_1 t^2 + v_{02} t + \frac{1}{2} a_2 t^2.$$

Po jednoduché úpravě dostaneme kvadratickou rovnici

$$\frac{1}{2}(a_1 + a_2) t^2 + (v_{01} + v_{02}) t - d = 0.$$

Řešením této rovnice dostaneme dva kořeny, $t_1 = 8$ s, $t_2 = -12$ s. Záporný kořen zde nemá smysl, čas, ve kterém dojde ke kolizi těles, je tedy $t = 8$ s.

Vzdálenost místa kolize od počáteční polohy prvního tělesa je

$$s_1 = v_{01} t + \frac{1}{2} a_1 t^2 = 128\ \text{m}.$$

R2.57 $a_1 = 0{,}5\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, $a_2 = 2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, $\tau = 15$ s; a) $t = ?$, $s = ?$, b) $v_1 = ?$, $v_2 = ?$

Čas začneme počítat od výjezdu druhého auta.

a) Pro rovnost drah pak platí

$$s = \frac{1}{2}a_1(t+\tau)^2 = \frac{1}{2}a_2 t^2,$$

čas vypočteme z kvadratické rovnice

$(a_2 - a_1)t^2 - 2a_1\tau t - a_1\tau^2 = 0$; kořeny rovnice jsou $t_1 = 15$ s, $t_2 = -5$ s. Záporný kořen zde nemá smysl (auta ještě nevyjela), je tedy $t = 15$ s a dráha

$$s = \frac{1}{2}a_2 t^2 = \frac{1}{2}a_1(t+\tau)^2 = 225\ \mathrm{m}.$$

b) Rychlosti aut v okamžiku předjíždění jsou $v_1 = a_1(t + \tau) = 15\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $v_2 = a_2 t = 30\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

R2.58 $v_0 = 30\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $v_2 = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $s_0 = 30$ m, $a = 5\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $v_1 = ?$, $v_2 = ?$

Předpokládejme, že ke srážce dojde. Dráhy budeme měřit od počáteční polohy osobního auta;

$$v_0 t - \frac{1}{2}at^2 = v_1 t + s_0.$$

Po úpravě dostaneme pro čas srážky kvadratickou rovnici

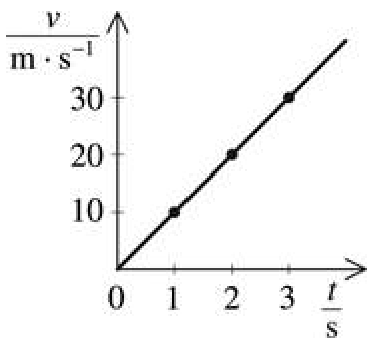
$$at^2 - 2(v_0 - v_1)t + 2s_0 = 0,$$

jejímž řešením dostaneme pro čas dva kořeny, $t_1 = 6$ s, $t_2 = 2$ s.

Ke srážce vozidel dojde v čase $t_2 = 2$ s. Druhý kořen zde uvažovat nebudeme, po srážce se situace změní, auta se nemohou srazit podruhé (kdyby auta jela vedle sebe, pak by v čase 6 s míjel nákladní vůz osobní auto). Na následky srážky můžeme soudit z rychlostí aut při srážce. Nákladní vůz má stále rychlost $v_1 = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, osobní auto rychlost $v_2 = v_0 - at = 20\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, rychlost osobního auta vzhledem k nákladnímu je tedy $v_2 - v_1 = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

R2.59 $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, $t_1 = 1$ s, $t_2 = 2$ s, $t_3 = 3$ s; $v_1 = ?$, $v_2 = ?$, $v_3 = ?$

Ze vztahu pro rychlost volného pádu $v = gt$ dostaneme $v_1 = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $v_2 = 20\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $v_3 = 30\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$. Graf je na obr. R2-59.



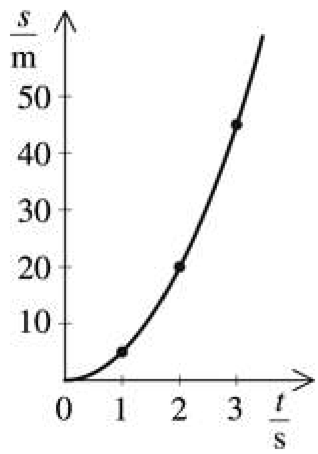
Obr. R2-59

R2.60 $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, $t_1 = 1$ s, $t_2 = 2$ s, $t_3 = 3$ s; $s_1 = ?$, $s_2 = ?$, $s_3 = ?$

Ze vztahu pro dráhu volného pádu

$$s = \frac{1}{2}gt^2$$

dostaneme s_1 = 5 m, s_2 = 20 m, s_3 = 45 m. Graf je na obr. R2-60.



Obr. R2-60

R2.61 g = 10 m · s^{-2}, t_1 = 3 s, t_2 = 4 s; s = ?

$$s = s_2 - s_1 = \frac{1}{2}g\left(t_2^2 - t_1^2\right) = 35\,\mathrm{m}$$

R2.62 g = 10 m · s^{-2}, h = 80 m; a) t = ?, b) v = ?

a) $h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 4\,\mathrm{s}$

b) $v = gt = \sqrt{2gh} = 40\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

R2.63 g = 10 m · s^{-2}, t = 5,25 s; h = ?

$$h = \frac{1}{2}gt^2 = 138\,\mathrm{m}$$

R2.64 g = 10 m · s^{-2}, h = 1,5 m; v = ?

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

$$v = gt = \sqrt{2gh} = 5{,}5\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

R2.65 g = 10 m · s^{-2}, v = 100 m · s^{-1}; h = ?

$$t = \frac{v}{g}$$

$$h = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{v^2}{2g} = 500\,\mathrm{m}$$

R2.66 g = 10 m · s^{-2}, s_1 = 1 m, s_2 = 2 m; t_1 = ?, t_2 = ?

a) $t_1 = \sqrt{\frac{2s_1}{g}} = 0{,}45\,\mathrm{s}$

b) $t_2 = \sqrt{\frac{2s_2}{g}} - \sqrt{\frac{2s_1}{g}} = 0{,}63\,\mathrm{s} - 0{,}45\,\mathrm{s} = 0{,}18\,\mathrm{s}$

R2.67 $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, $s = 10$ m, $h = 2$ m; $t = ?$, $v_\mathrm{p} = ?$

$$t = \sqrt{\frac{2(s+h)}{g}} - \sqrt{\frac{2s}{g}} = 0{,}13\,\mathrm{s}$$

$$v_\mathrm{p} = \frac{h}{t} = 15\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

R2.68 $r = 50$ cm $= 0{,}5$ m, $f = 2$ Hz; $T = ?$, $v = ?$

$$T = \frac{1}{f} = 0{,}5\,\mathrm{s}$$

$$v = 2\pi r f = 6{,}3\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

R2.69 $T = 5$ s; $f = ?$, $\omega = ?$

$$f = \frac{1}{T} = 0{,}2\,\mathrm{Hz}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 1{,}3\,\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$$

R2.70 $r = 3{,}84 \cdot 10^5$ km $= 3{,}84 \cdot 10^8$ m, $T = 27{,}3$ d $= 2{,}36 \cdot 10^6$ s; $v = ?$

$$v = \frac{2\pi r}{T} \approx 1{,}0 \cdot 10^3\,\mathrm{m \cdot s^{-1}} = 1{,}0\,\mathrm{km \cdot s^{-1}}$$

R2.71 $T = 24$ h $= 86\,400$ s, $\varphi = 2\pi$; $\omega = ?$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 7{,}3 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{rad \cdot s^{-1}}$$

R2.72 $T_1 = 12$ h, $T_2 = 24$ h; $\omega_1/\omega_2 = ?$

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$$

$$\omega_2 = \frac{2\pi}{T_2}$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{T_2}{T_1} = 2$$

Úhlová rychlost hodinové ručičky je dvakrát větší než úhlová rychlost otáčení Země.

R2.73 $\omega = 200\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$, a) $r = 1{,}5$ m; $v = ?$, b) $v = 540\ \mathrm{km \cdot h^{-1}} = 150\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $s = ?$

a) $v = r\omega = 300\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

b) $s = vT = v\dfrac{2\pi}{\omega} = 4{,}7\ \mathrm{m}$

R2.74 $r = 0{,}4$ m, $\omega = 31{,}4$ rad · s^{-1}; $v = ?$, $a_n = ?$

$v = \omega r = 13$ m · s^{-1}

$a_n = \omega^2 r = 400$ m · s^{-2}

R2.75 $r = 50$ m, $v = 36$ km · h^{-1} = 10 m · s^{-1}; $a_n = ?$

$$a_n = \frac{v^2}{r} = 2\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

R2.76 $f_1 = 450$ ot/min = 7,5 Hz, $r = 10$ cm = 0,1 m; $a_n = ?$, $f_2 = 2f_1$; $a_2/a_1 = ?$

$a_1 = 4\pi^2 f_1^2 r = 220$ m · s^{-2}

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{f_2^2}{f_1^2} = 4$$

Zrychlení se zvětší čtyřikrát.

R2.77 Projíždí-li automobil zatáčkou, opisují hnací kola kružnice různých poloměrů, tzn. že pokud nenastane smyk vozidla, musí ujet hnací kola různé dráhy.

R2.78 Na přímočarých úsecích trajektorie (úseky *AB* a *CD*) je zrychlení nulové, na obloucích kružnice má cyklista normálové (dostředivé) zrychlení a_n.

2.2 Dynamika

R2.79 Při rozjíždění působí na cestující vlivem setrvačnosti síla směrem dozadu, při zastavování směrem dopředu, v zatáčce směrem ven ze zatáčky (od středu oblouku, který autobus opisuje).

R2.80 Při prudkém zastavení automobilu zabrání pásy pohybu cestujících směrem dopředu.

R2.81 Příčinou tohoto jevu je setrvačnost dveří při zmenšování nebo zvětšování rychlosti vlaku.

R2.82 Při třepání prachovky se látka náhle zastaví, ale částice prachu se setrvačností v pohybu oddělí od látky. Podobně vysvětlíme setřásání kapek vody z mokré ruky.

R2.83 Kladivo nasazujeme na dřevěnou násadu tak, že několikrát udeříme násadou na tvrdou podložku. Kladivo se setrvačností posouvá po násadě.

R2.84 Při rychlém vytažení papíru zůstane kniha setrvačností v klidu.

R2.85 Při klopýtnutí je tělo v pohybu a nohy se na překážce zastaví; tělo setrvačností padá dopředu. Při uklouznutí nám nohy ujedou značnou rychlostí dopředu, tělo zůstává setrvačností v pomalejším pohybu a padá dozadu k zemi.

R2.86 Dopadnete na stejné místo, neboť tělo má při výskoku stejnou rychlost ve vodorovném směru jako podlaha vagonu.

R2.87 Neodporuje, zastavíte se působením třecí síly a odporu vzduchu.

R2.88 O druhu pohybu rozhoduje výslednice působících sil. Proti tažné síle lokomotivy působí třecí síly a odporová síla vzduchu, výslednice sil je nulová.

R2.89 $a = 2\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, a) $F_1 = 2F$; $a_1 = ?$, b) $F_2 = F/2$; $a_2 = ?$

$$a = \frac{F}{m}$$

$$\text{a)}\ a_1 = \frac{F_1}{m} = \frac{2F}{m} = 2a = 4\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

$$\text{b)}\ a_2 = \frac{F_2}{m} = \frac{F}{2m} = \frac{a}{2} = 1\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

R2.90 $a = 2\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, a) $m_1 = 2m$; $a_1 = ?$, b) $m_2 = m/2$; $a_2 = ?$

$$a = \frac{F}{m}$$

$$\text{a)}\ a_1 = \frac{F}{2m} = \frac{a}{2} = 1\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

$$\text{b)}\ a_2 = \frac{2F}{m} = 2a = 4\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

R2.91 Vagon s menší hmotností zastaví dříve, neboť brzdicí síla mu uděluje větší zrychlení.

R2.92 a) Z grafu odečteme pro $F = 6$ N velikost zrychlení $a = 3\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

b) Z grafu odečteme pro $a = 4{,}5\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$ velikost síly $F = 9$ N.

c) $m = F/a$, z libovolných sobě odpovídajících hodnot určíme $m = 2$ kg.

R2.93 $m = 800\ \mathrm{t} = 8 \cdot 10^5\ \mathrm{kg}$, $F = 160\ \mathrm{kN} = 1{,}6 \cdot 10^5\ \mathrm{N}$; $a = ?$

$$a = \frac{F}{m} = 0{,}2\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

R2.94 $F_1 = 50$ N, $F_2 = 10$ N, $m = 80$ kg; $a = ?$

$$a = \frac{F_1 - F_2}{m} = 0{,}5\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

R2.95 $t = 10$ s, $s = 50$ m, $m = 80$ kg, $F_1 = 15$ N; $F = ?$

$$F = ma + F_1, \quad a = \frac{2s}{t^2},$$

po dosazení $F = m\frac{2s}{t^2} + F_1 = 95\ \text{N}.$

R2.96 m = 1 200 kg, v_1 = 72 km · h^{-1} = 20 m · s^{-1}, v_2 = 90 km · h^{-1} = 25 m · s^{-1}, t = 10 s; F = ?, s = ?

a) Předpokládejme, že pohyb automobilu je rovnoměrně zrychlený. Ze vztahu pro rychlost rovnoměrně zrychleného pohybu $v_2 = v_1 + at$ určíme velikost zrychlení $a = (v_2 - v_1)/t$.

Velikost síly, která zrychlený pohyb automobilu způsobila, určíme z druhého pohybového zákona, $F = ma$. Po dosazení vztahu pro velikost zrychlení dostaneme

$$F = \frac{m(v_2 - v_1)}{t} = 600\ \text{N}.$$

b) Vzdálenost, kterou automobil při zvětšující se rychlosti urazil, určíme ze vztahu pro dráhu rovnoměrně zrychleného pohybu $s = v_1t + at^2/2$. Dosadíme-li vztah pro velikost zrychlení, dostaneme po úpravě

$$s = \frac{1}{2}(v_1 + v_2)t = 225\ \text{m}.$$

R2.97 m = 600 kg, v_1 = 0,5 m · s^{-1}, v_2 = 2 m · s^{-1}, t = 2 s; F = ?

$$F = ma = m\frac{v_2 - v_1}{t} = 450\ \text{N}.$$

R2.98 t = 1 min = 60 s, v = 3 km · s^{-1} = 3 000 m · s^{-1}, F = 150 kN = 1,5 · 10^5 N; a) m = ?, b) s = ?

a) $m = \frac{F}{a} = \frac{Ft}{v} = 3\,000\ \text{kg} = 3\ \text{t}$

b) $s = \frac{1}{2}at^2 = \frac{vt}{2} = 9 \cdot 10^4\ \text{m} = 90\ \text{km}$

R2.99 t = 2,5 min = 150 s, v = 6 km · s^{-1} = 6 000 m · s^{-1}, F = 320 kN = 3,2 · 10^5 N; m = ?

$$mv = Ft$$

$$m = \frac{Ft}{v} = 8\,000\ \text{kg} = 8\ \text{t}$$

R2.100 m = 500 t = 5 · 10^5 kg, F = 100 kN = 1 · 10^5 N, t = 1 min = 60 s; v = ?

$$mv = Ft$$

$$v = \frac{Ft}{m} = 12\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

R2.101 m = 800 t = 8 · 10^5 kg, v = 72 km · h^{-1} = 20 m · s^{-1}, s = 400 m; F = ?

$F = ma$, $t = v/a$, $s = vt - at^2/2$, po dosazení za t je dráha $s = v^2/2a$, zrychlení $a = v^2/2s$ a síla

$$F = ma = m\frac{v^2}{2s} = 4 \cdot 10^5\ \mathrm{N} = 400\ \mathrm{kN}.$$

R2.102 $v = 20\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $t = 0{,}05\ \mathrm{s}$, $m = 500\ \mathrm{g} = 0{,}5\ \mathrm{kg}$; $F = ?$

$$F = ma = m\frac{v}{t} = 200\ \mathrm{N}$$

R2.103 $m = 400\ \mathrm{g} = 0{,}4\ \mathrm{kg}$, $F = 240\ \mathrm{N}$, $t = 0{,}01\ \mathrm{s}$; $v = ?$

$$Ft = mv$$

$$v = \frac{Ft}{m} = 6\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

R2.104 $m = 800\ \mathrm{g} = 0{,}8\ \mathrm{kg}$, $v = 4\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $p = ?$, $Ft = ?$

$p = mv = 3{,}2\ \mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-1}}$

$Ft = mv = 3{,}2\ \mathrm{N \cdot s}$

R2.105 $m_1 = 800\ \mathrm{kg}$, $v_1 = 90\ \mathrm{km \cdot h^{-1}} = 25\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $m_2 = 2\,000\ \mathrm{kg}$, $v_2 = 54\ \mathrm{km \cdot h^{-1}} = 15\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; a) $v_1/v_2 = ?$, b) $p_1/p_2 = ?$

a) $\dfrac{v_1}{v_2} = \dfrac{25}{15} = \dfrac{5}{3}$

b) $\dfrac{p_1}{p_2} = \dfrac{m_1 v_1}{m_2 v_2} = \dfrac{2}{3}$

R2.106 $m_1 = 2\ \mathrm{kg}$, $m_2 = 3\ \mathrm{kg}$, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $a = ?$

Na závaží o hmotnosti m_1 působí tíhová síla $\boldsymbol{F}_1$ o velikosti $F_1 = m_1 g$, na závaží o hmotnosti m_2 tíhová síla $\boldsymbol{F}_2$ o velikosti $F_2 = m_2 g$. Obě síly se přenášejí na vlákno, které je po celé délce napínáno silou $\boldsymbol{F}$ (viz obr. 2-106).

Podle druhého pohybového zákona se výslednice sil působících na těleso rovná součinu hmotnosti a zrychlení, přičemž zrychlení $\boldsymbol{a}$ má pro obě závaží stejnou velikost, ale opačný směr (první závaží bude stoupat, druhé klesat).

Výslednice sil pro závaží o hmotnosti m_1 je

$F - m_1 g = m_1 a$

a pro závaží o hmotnosti m_2

$m_2 g - F = m_2 a.$

Sečteme-li levé a pravé strany obou rovnic, dostaneme

$m_2 g - m_1 g = m_1 a + m_2 a.$

Odtud velikost zrychlení

$$a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g = 2\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}.$$

Zajímavá je diskuse výsledného vztahu pro velikost zrychlení: Je-li $m_1 = m_2$, pak $a = 0$ a soustava zůstává v klidu. Je-li $m_1 = 0$, pak $a = g$, závaží o hmotnosti m_2 padá k zemi se zrychlením g.

R2.107 Při šplhání působí člověk na lano určitou silou. Stejně velkou silou působí lano na závaží. Závaží i člověk se budou pohybovat stejně velkou rychlostí směrem vzhůru.

R2.108 $m_1 = 3$ kg, $m_2 = 2$ kg, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $a = ?$, $F = ?$

Označme F sílu napínající vlákno. Tato síla působí na obě tělesa. Na zavěšené těleso působí také tíhová síla o velikosti $F_G = m_2 g$. Pro těleso ležící na vodorovné desce platí $F = m_1 a$, pro zavěšené těleso $m_2 g - F = m_2 a$. Sečtením dostaneme $m_2 g = (m_1 + m_2)a$, odtud zrychlení

$$a = \frac{m_2 g}{m_1 + m_2} = 4\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}.$$

Velikost síly napínající vlákno $F = m_1 a = m_2(g - a) = 12$ N.

R2.109 $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, $\alpha = 30°$; $a = ?$

Složka tíhové síly, rovnoběžná s nakloněnou rovinou, má velikost $F = mg \sin\alpha$ a uděluje kvádru zrychlení

$$a = \frac{F}{m} = g \sin\alpha = 5\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}.$$

R2.110 $m_1 = 3$ kg, $m_2 = 2$ kg, $\alpha = 30°$, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $a = ?$

Označme F velikost síly napínající vlákno. Tato síla působí na obě tělesa. Pohybová rovnice pro těleso ležící na nakloněné rovině je

$F - m_1 g \sin\alpha = m_1 a$,

pro těleso zavěšené na vlákně je pohybová rovnice

$m_2 g - F = m_2 a$.

Sečtením levých i pravých stran těchto rovnice dostaneme

$m_2 g - m_1 g \sin\alpha = (m_1 + m_2)a$, odtud

$$a = \frac{(m_2 - m_1 \sin\alpha)g}{m_1 + m_2} = 1\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}.$$

R2.111 $m = 80$ kg, $f = 0{,}7$, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, v = konst.; $F = ?$

Aby se bedna pohybovala rovnoměrným přímočarým pohybem, musí být výslednice sil které na ni působí rovna nule, proto síla, kterou na bednu působíme ve vodorovném směru, musí být rovna třecí síle. Kolmá tlaková síla je rovna tíhové síle, $F_n = F_G = mg$, třecí síla $F_t = fmg$ = 560 N a tedy $F = F_t = 560$ N.

R2.112 $m = 600\ \text{g} = 0{,}6\ \text{kg}$, $F = 1{,}2\ \text{N}$, $g = 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; $f = ?$

$$F = F_\text{t} = fmg \Rightarrow f = \frac{F}{mg} = 0{,}2$$

R2.113 $m = 2\ \text{kg}$, $F_\text{t} = mg/4$, $g = 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; a) $f = ?$, b) $m_1 = 10\ \text{kg}$; $F_{\text{t}1} = ?$

$$\text{a) } F_\text{t} = fmg \Rightarrow \frac{F_\text{t}}{mg} = \frac{mg}{4mg} = 0{,}25$$
$$\text{b) } F_{\text{t}1} = f(m + m_1)g = 30\ \text{N}$$

R2.114 Třecí síla klidového tření je větší než třecí síla smykového tření při pohybu.

R2.115 Zmenšujeme tím velikost třecí síly, která je v tomto případě škodlivá.

R2.116 Zvětšujeme tím velikost třecí síly, která je v tomto případě užitečná.

R2.117 Čistý hřebík, neboť na něj působí menší třecí síla.

R2.118 Síla valivého odporu je za jinak stejných podmínek menší než síla smykového tření.

R2.119 $m = 80\ \text{kg}$, $r = 5\ \text{cm} = 0{,}05\ \text{m}$, $\xi = 0{,}01\ \text{m}$, $g = 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; $F = ?$

$$F = F_\text{v} = \xi \frac{mg}{r} = 160\ \text{N}$$

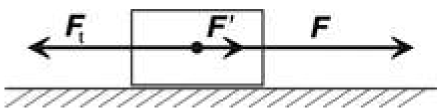
R2.120 Na ocelovou kouli, jejíž poloměr je vzhledem k větší hustotě menší než poloměr hliníkové koule (odporová síla je nepřímo úměrná poloměru).

R2.121 $m = 5\ \text{kg}$, $F = 30\ \text{N}$, $f = 0{,}4$, $g = 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; $a = ?$

Na kvádr působí síla $\boldsymbol{F}$ o velikosti F. Na stykové ploše kvádru s podložkou působí třecí síla $\boldsymbol{F}_\text{t}$ o velikosti $F_\text{t} = fmg$. V obr. R2-121 [2-14] jsou nakresleny síly $\boldsymbol{F}$ a $\boldsymbol{F}_\text{t}$ ve společném působišti v těžišti kvádru. Poněvadž jde o síly opačného směru, je velikost jejich výslednice $F' = F - fmg$.

Podle druhého pohybového zákona je velikost zrychlení přímo úměrná velikosti výslednice sil, tedy:

$$a = \frac{F - fmg}{m} = \frac{F}{m} - fg = 2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$$



Obr. R2-121

R2.122 $m = 10\ \text{kg}$, $t = 2\ \text{s}$, $f = 0{,}5$, $g = 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; $a = ?$

$$F = ma + F_\text{t} = m\frac{v}{t} + fmg = 45\ \text{N}$$

R2.123 $m_1 = 3\ \text{kg}$, $m_2 = 2\ \text{kg}$, $f = 0{,}5$, $g = 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; $a = ?$

Síla F napínající vlákno působí na obě tělesa, na těleso ležící na vodorovné rovině působí kromě této síly třecí síla o velikosti $F_t = fm_1g$, na zavěšené těleso tíhová síla o velikosti m_2g. Pohybové rovnice jsou

$F - fm_1g = m_1a$, $m_2g - F = m_2a$.

Jejich sečtením dostaneme $(m_2 - fm_1)g = (m_1 + m_2)a$. Odtud

$$a = \frac{g(m_2 - fm_1)}{m_1 + m_2} = 1\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}.$$

R2.124 $\alpha = 30°$, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, $f = 0{,}4$; $a = ?$

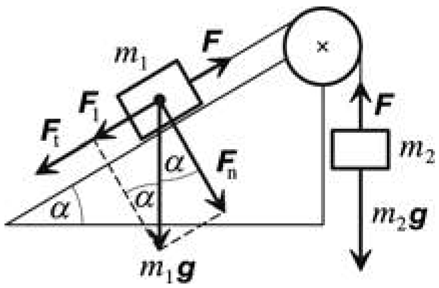
Na kvádr působí složka tíhové síly rovnoběžná s nakloněnou rovinou, jejíž velikost je $F_1 = mg\sin\alpha$, a třecí síla $F_t = fF_n = fmg\cos\alpha$.

Pohybová rovnice pro kvádr je $F_1 - F_t = ma$, neboli $mg\sin\alpha - fmg\cos\alpha = ma$.

Zrychlení kvádru $a = g(\sin\alpha - f\cos\alpha) = 1{,}5\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

R2.125 $\alpha = 30°$, $m_1 = 3$ kg, $m_2 = 2$ kg, $f = 0{,}4$, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $a = ?$

Síly působící na obě tělesa jsou znázorněny na obr. R2-125.



Obr. R2-125

Pohybová rovnice pro těleso ležící na nakloněné rovině je

$F - m_1g\sin\alpha - fm_1g\cos\alpha = m_1a$,

pro těleso visící na vlákně $m_2g - F = m_2a$.

Po sečtení a úpravě dostaneme pro zrychlení těles

$$a = g\frac{m_2 - m_1(\sin\alpha + f\cos\alpha)}{m_1 + m_2} = 0{,}5\,\mathrm{m \cdot s^{-2}}.$$

R2.126 Reakce tryskající vody působí v opačném směru, než tryská voda.

R2.127 Reakce střely působí na pušku v opačném směru, než je pohyb střely.

R2.128 Nepřetrhne, bude napínán silou o velikosti 100 N.

R2.129 Neodporuje; nárazové síly jsou na oba automobily stejné, ale jejich účinky závisejí na hmotnostech a konstrukcích automobilů.

R2.130 Rychlosti loďky a vyskakujícího člověka jsou v opačném poměru než jejich hmotnosti. Loď s velkou hmotností odjede od břehu velmi malou rychlostí.

R2.131 m_1 = 50 kg, m_2 = 200 kg, t = 5 s, s = 2 m; v_1 = ?

$$m_1 v_1 = m_2 v_2 = m_2 \frac{s}{t}$$

$$v_1 = \frac{m_2 s}{m_1 t} = 1{,}6\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

R2.132 Vyhodíme-li z loďky předmět v jednom směru, loďka se v důsledku zákona zachování hybnosti začne pohybovat v opačném směru.

R2.133 Buď je připoután ke kosmické lodi lanem, nebo je vybaven reaktivní pistolí.

R2.134 m_1 = 5 kg, m_2 = 10 kg; v_1/v_2 = ?

$$m_1 v_1 = m_2 v_2$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1} = 2$$

R2.135 m_1 = 4 kg, m_2 = 20 g = 0,02 kg, v_2 = 600 m · s^{-1}; v_1 = ?

$$m_1 v_1 = m_2 v_2$$

$$v_1 = \frac{m_2 v_2}{m_1} = 3\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

R2.136 m_1 =10 g = 0,01 kg, t = 0,02 s, v_1 = 800 m · s^{-1}; a) F = ?, b) m_2 = 5 kg, v_2 = ?, c) p = ?

a) $m_1 v_1 = Ft$

$$F = \frac{m_1 v_1}{t} = 400\,\mathrm{N}$$

b) $m_1 v_1 = m_2 v_2$, $v_2 = \dfrac{m_1 v_1}{m_2} = 1{,}6\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$

c) Celková hybnost střely a pušky je nulová, p = 0, neboť hybnosti střely a pušky jsou stejně velké a mají navzájem opačný směr.

R2.137 m_1 = 20 t, v_1 = 1 m · s^{-1}, m_2 = 30 t, v_2 = 0,5 m · s^{-1}; v = ?

$$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v$$

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = 0{,}7\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

R2.138 m_1 = 400 g = 0,4 kg, v_1 = 1 m · s^{-1}, m_2 = 100 g = 0,1 kg, v_2 = 0,5 m · s^{-1}; v = ?

a) $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v$

$$v = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = 0{,}9\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

b) $m_1 v_1 - m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v$

$$v = \frac{m_1 v_1 - m_2 v_2}{m_1 + m_2} = 0{,}7\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

R2.139 a) Rovnoměrně zrychleně směrem k přední stěně vagonu, b) rovnoměrně ve směru jízdy vagonu.

R2.140 m = 400 g = 0,4 kg, $a = 2{,}5\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; F_s = ?

$F_s = ma = 1$ N

R2.141 m = 60 kg, a) $a_1 = 2\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; F_1 = ?, b) $a_2 = 2{,}5\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; F_2 = ?

Pokud je kabina výtahu v klidu nebo koná rovnoměrný přímočarý pohyb, působí náklad na podlahu kabiny tlakovou silou $\boldsymbol{F}_G$ o velikosti $F_G = mg$. Pro dané hodnoty F_G = 600 N.

a) Při rozjíždění výtahu, kdy koná kabina rovnoměrně zrychlený pohyb se zrychlením $\boldsymbol{a}_1$, zvětší se tlaková síla působící na podlahu kabiny o setrvačnou sílu $\boldsymbol{F}_s = -m\boldsymbol{a}_1$, jejíž velikost $F_s = ma_1$. Velikost výsledné tlakové síly je tedy

$F_1 = F_G + F_s = m(g + a_1) = 720$ N.

b) Při zastavování výtahu, kdy koná kabina rovnoměrně zpomalený pohyb se zrychlením $\boldsymbol{a}_2$, zmenší se tlaková síla o setrvačnou sílu $\boldsymbol{F}_s$ o velikosti $F_s = ma_2$. Proto velikost výsledné tlakové síly je

$F_2 = F_G - F_s = m(g - a_2) = 450$ N.

R2.142 m = 500 g = 0,5 kg, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, a) v = konst.; F = ?, b) $a = 2\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; F = ?, c) $a = 2\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$;

F = ?

a) Zrychlení je nulové, na závaží působí jen tíhová síla, $F = F_G = mg = 5$ N.

b) $F = F_G + F_s = mg + ma = m(g + a) = 6$ N,

c) $F = F_G - F_s = mg - ma = m(g - a) = 4$ N.

R2.143 $a = 2\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; a) a_1 = ?, b) a_2 = ?

a) $a_1 = a + g = 12\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$,

b) v inerciální vztažné soustavě nepůsobí setrvačné síly, zrychlení padajícího tělesa je rovné tíhovému zrychlení, $a_2 = g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

R2.144 m = 5 t = 5 000 kg, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, t = 2,5 s, $v = 5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; F = ?

$$F = mg + ma = mg + \frac{v}{t} = m\left(g + \frac{v}{t}\right) = 60\,000\ \mathrm{N} = 60\ \mathrm{kN}$$

R2.145 $a = 50\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, $m = 90\ \mathrm{kg}$; $F = ?$

$F = F_G + F_s = mg + ma = m(g + a) = 5\,400\ \mathrm{N}$

R2.146 $f_1 = 1\ \mathrm{Hz}$, $F_{d1} = 2\ \mathrm{N}$, $f_2 = 2f_1$; $F_{d2} = ?$

$$F_{d1} = 4\pi^2 f_1^2 r$$
$$F_{d2} = 4\pi^2 f_2^2 r = 4\pi^2 4 f_1^2 r = 4F_{d1} = 8\ \mathrm{N}$$

R2.147 $m = 20\ \mathrm{g} = 0{,}02\ \mathrm{kg}$, $r = 0{,}5\ \mathrm{m}$, $\omega = 30\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}$; $F_d = ?$

$F_d = m\omega^2 r = 9\ \mathrm{N}$

R2.148 $m = 7{,}25\ \mathrm{kg}$, $r = 2{,}00\ \mathrm{m}$, $T = 0{,}50\ \mathrm{s}$; a) $F_d = ?$, b) $v = ?$

a) $F_d = m\dfrac{4\pi^2}{T^2} r \approx 2\,290\ \mathrm{N} \approx 2{,}3\ \mathrm{kN}$

b) $v = \omega r = \dfrac{2\pi}{T} r = 25\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

R2.149 $r = 150 \cdot 10^6\ \mathrm{km} = 1{,}5 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m}$, $v = 30\ \mathrm{km \cdot s^{-1}} = 3 \cdot 10^4\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $m = 6 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}$; $F_d = ?$

$$F_d = m\frac{v^2}{r} = 3{,}6 \cdot 10^{22}\ \mathrm{N}$$

R2.150 $m = 800\ \mathrm{kg}$, $r = 50\ \mathrm{m}$, $v = 36\ \mathrm{km \cdot h^{-1}} = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; a) $F_d = ?$, b) $F = ?$

a) $F_d = mv^2/r = 1\,600\ \mathrm{N} = 1{,}6\ \mathrm{kN}$,

b) podle třetího pohybového zákona působí pneumatiky na povrch vozovky stejně velkou silou opačného směru, tj. $F = 1{,}6\ \mathrm{kN}$.

R2.151 Dostředivá síla je nepřímo úměrná poloměru křivosti zatáčky, auta tedy mohou projíždět větší rychlostí, aniž by dostala smyk.

R2.152 $r = 80\ \mathrm{m}$, $f = 0{,}5$, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $v_{max} = ?$

Podmínka pro projetí zatáčkou bez smyku je $F_d \leq F_t$, neboli

$$\frac{mv^2}{r} \leq fmg \Rightarrow v \leq \sqrt{frg}.$$

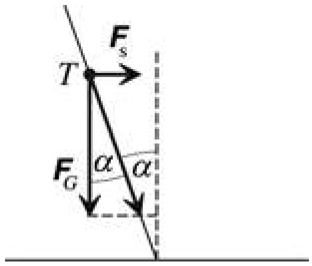
Maximální rychlost, při které ještě nedojde ke smyku, je

$$v_{max} = \sqrt{fgr} = 20\ \mathrm{m \cdot s^{-1}} = 72\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}.$$

R2.153 $r = 10\ \mathrm{m}$, $v = 18\ \mathrm{km \cdot h^{-1}} = 5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $\alpha = ?$

Úlohu můžeme řešit v neinerciální vztažné soustavě, spojené s cyklistou. V těžišti bicyklu s cyklistou působí dvě navzájem kolmé síly: svisle dolů tíhová síla o velikosti $F_G = mg$, vodorovně směrem od středu křivosti zatáčky odstředivá setrvačná síla

$$F_s = \frac{mv^2}{r} \text{ (obr. R2} - 153\text{).}$$



Obr. R2-153

Cyklista se odkloní ve směru výslednice těchto sil. Pro úhel α, který svírá se svislým směrem, platí

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{F_s}{F_G} = \frac{v^2}{rg} = 0{,}25, \text{ úhel } \alpha = 14°.$$

R2.154 m = 60 kg, r = 20 m, v = 5 m · s^{-1}; F_s = ?

$$F_s = \frac{mv^2}{r} = 75 \text{ N}$$

R2.155 m = 100 kg, r = 6 400 km = 6,4 · 10^6 m, ω = 7,3 · 10^{-5} rad · s^{-1}; F_s = ?

$F_s = m\omega^2 r = 3{,}4$ N

R2.156 v = 100 m · s^{-1}, r = 500 m, m = 80 kg, g = 10 m · s^{-2}; F = ?

Úlohu řešíme v neinerciální vztažné soustavě. Při pohybu letadla působí tělo pilota na sedadlo dvěmi silami: tíhovou silou $\boldsymbol{F}_G$ o velikosti $F_G = mg$ a setrvačnou silou $\boldsymbol{F}_s$ o velikosti $F_s = mv^2/r$. V nejnižším bodě trajektorie letadla působí pilot na sedadlo tlakovou silou $\boldsymbol{F}_1$ o velikosti

$$F_1 = F_s + F_G = m\left(\frac{v^2}{r} + g\right) = 2\,400 \text{ N},$$

v nejvyšším bodě trajektorie tlakovou silou $\boldsymbol{F}_2$ o velikosti

$$F_2 = F_s - F_G = m\left(\frac{v^2}{r} - g\right) = 800 \text{ N}.$$

R2.157 m = 50 kg, v = 12 m · s^{-1}, r = 20 m, g = 10 m · s^{-2}; a) F = ?, b) v_1 = ?

$$\text{a) } F = mg - \frac{mv^2}{r} = m\left(g - \frac{v^2}{r}\right) = 140 \text{ N}$$

$$\text{b) } F = 0,\ g = \frac{v_1^2}{r},\ v_1 = \sqrt{gr} = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

R2.158 r = 5 m, d = 0,6 m, g = 10 m · s^{-2}; v_{min} = ?

V nejvyšším bodě koule musí být setrvačná odstředivá síla alespoň rovna tíhové síle, $F_s \geq F_G$; těžiště motocyklu s jezdcem se pohybuje po kružnici o poloměru $r - d$, musí tedy platit

$$\frac{mv^2}{r-d} \geq mg,$$

odtud

$$v^2 \geq g(r-d), v \geq \sqrt{g(r-d)}.$$

Minimální rychlost, při níž je setrvačná odstředivá síla právě rovna tíhové síle, je

$$v_{min} = \sqrt{g(r-d)} = 6{,}6\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}.$$

R2.159 v = 300 m · s^{-1}, a = 9g, g = 10 m · s^{-2}; r_{min} = ?

Nepřihlížíme-li k tíhové síle, působící svisle dolů, je

$$\frac{mv^2}{r} \leq 9mg \Rightarrow r \geq \frac{v^2}{9g},$$

nejmenší poloměr

$$r_{min} = \frac{v^2}{9g} = 1\,000\ \mathrm{m} = 1\ \mathrm{km}.$$

R2.160 T = 2 s, r = 6 m, g = 10 m · s^{-2}; F_s / F_G = ?

$$F_s = m\frac{v^2}{r}, \quad F_G = mg$$

$$\frac{F_s}{F_G} = \frac{v^2}{rg} = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2 rg} = \frac{4\pi^2 r}{T^2 g} = 6$$

Přetížení je šestinásobné, tj. $F_s = 6F_G$.

2.3 Mechanická práce a energie

R2.161 F = 20 N, s = 5 km = 5 000 m; W = ?

$W = Fs$ = 100 000 J = 100 kJ

R2.162 s = 6 cm = 0,06 m, F = 120 N; W = ?

$W = Fs$ = 7,2 J

R2.163 m = 1,5 t = 1,5 · 10^3 kg, s = 2 km = 2 · 10^3 m, f = 0,6, g = 10 m · s^{-2}; W = ?

$F = F_t = fmg$

$W = Fs = fmgs = 18 \cdot 10^6$ J = 18 MJ

R2.164 $m_1 = 75$ kg, $m_2 = 25$ kg, $h = 4$ m, $n = 3$, $g = 10$ m · s^{-2}; a) W_1 = ?, b) W = ?

$W_1 = nm_2gh = 3\,000$ J = 3 kJ

$W = n(m_1 + m_2)gh = 12\,000$ J = 12 kJ

R2.165 $m = 5$ kg, $s = 2$ m, $g = 10$ m · s^{-2}; W = ?

a) Zvedáme-li závaží směrem vzhůru rovnoměrným pohybem, působíme na ně silou, která se rovná tíhové síle $F_G = mg$. Zvedneme-li je do výšky s, vykonáme práci $W = F_Gs = 100$ J.

b) Držíme-li závaží, působíme na ně také silou F_G, ale protože je nepřemísťujeme, je dráha $s = 0$ a práce $W = 0$.

c) Při přemísťování závaží ve vodorovném směru svírá působící síla se směrem pohybu úhel 90°. Protože cos 90° = 0, je opět mechanická práce $W = 0$.

R2.166 $s = 100$ m, $F = 20$ N, a) $\alpha = 0°$, b) $\alpha = 30°$, c) $\alpha = 60°$; W = ?

$W = Fs\cos\alpha$

a) $W = 2\,000$ J

b) $W = 1\,730$ J

c) $W = 1\,000$ J

R2.167 $m = 80$ kg, $s = 1{,}5$ km = 1 500 m, $h = 2$ cm = 0,02 m, $l = 75$ cm = 0,75 m, $g = 10$ m · s^{-2}; W = ?

$$W = nhmg = \frac{s}{l}hmg = 32\,000 \text{ J} = 32 \text{ kJ}$$

R2.168 $m = 5$ kg, $h = 2$ m, $g = 10$ m · s^{-2}, a) $a = 0$, b) $a = 2$ m · s^{-2}; W = ?

a) $W = mgh = 100$ J

b) $W = mgh + mah = mh(g + a) = 120$ J

R2.169 $a = 0{,}5$ m · s^{-2}, $F = 40$ kN = $4 \cdot 10^4$ N, $t = 1$ min = 60 s; W = ?

$$W = Fs = F\frac{1}{2}at^2 = 36 \cdot 10^6 \text{ J} = 36 \text{ MJ}$$

R2.170 $m = 5$ kg, $s = 2$ m, $\alpha = 30°$, $f = 0{,}2$, $g = 10$ m · s^{-2}; W = ?

Na kvádr působí tíhová síla $\boldsymbol{F}_G$, kterou rozložíme na dvě navzájem kolmé síly: sílu $\boldsymbol{F}_1$, která je rovnoběžná s nakloněnou rovinou, a sílu $\boldsymbol{F}_n$, kolmou k nakloněné rovině (obr. R2-170 [2-15]). Na kvádr působíme silou $\boldsymbol{F}_2$, která při pohybu koná práci. Proti pohybu působí třecí síla $\boldsymbol{F}_t$. Velikosti těchto sil jsou

$F_G = mg$, $F_1 = mg \sin\alpha$, $F_n = mg \cos\alpha$, $F_t = fF_n = fmg \cos\alpha$.

Má-li se kvádr pohybovat po nakloněné rovině rovnoměrným pohybem směrem vzhůru, musí platit

$F_2 = F_1 + F_t$

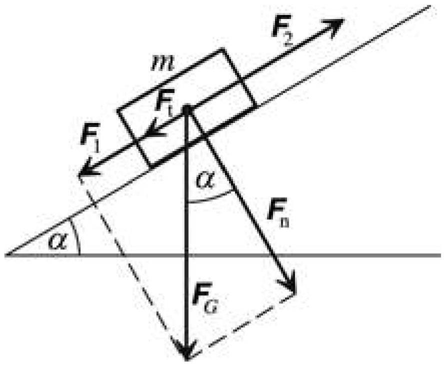
nebo po dosazení za F_1 a F_t

$F_2 = mg \sin \alpha + fmg \cos \alpha = mg(\sin \alpha + f \cos \alpha)$.

Práce vykonaná silou $\boldsymbol{F}_2$ na dráze s je pak

$W = F_2 s = mgs(\sin \alpha + f \cos \alpha) = 67$ J.

Kdybychom uvažovali pohyb kvádru bez tření, tj. na dokonale hladké rovině, kde součinitel $f = 0$, dostali bychom práci $W = mgs \sin \alpha$ a pro dané hodnoty $W = 50$ J.



Obr. R2-170

R2.171 Při konstantní síle je práce dána obsahem obdélníku o stranách F, s.

a) $W = 240$ J, b) $W = 400$ J

R2.172 Práce je dána obsahem trojúhelníku o základně s a výšce F, tj.

$$W = \frac{1}{2} Fs$$

Pro $F = 40$ N a $s = 5$ cm $= 0{,}05$ m je $W = 1$ J.

R2.173 $F_1 = 5$ N, $s_1 = 1$ cm $= 0{,}01$ m, $s_2 = 8$ cm $= 0{,}08$ m; $W = ?$

Síla je přímo úměrná prodloužení:

$$F_1 = ks_1, F_2 = ks_2, F_2 = \frac{F_1}{s_1} s_2$$

Práce:

$$W = \frac{1}{2} F_2 s_2 = \frac{1}{2} F_1 \frac{s_2}{s_1} s_2 = 1{,}6 \text{ J}$$

R2.174 $m = 250$ kg, $h = 18$ m, $t = 30$ s, $g = 10$ m · s^{-2}; a) $W = ?$, b) $P = ?$

a) $W = mgh = 45\,000\ \mathrm{J} = 45\ \mathrm{kJ}$

b) $P = \dfrac{W}{t} = \dfrac{mgh}{t} = 1\,500\ \mathrm{W} = 1{,}5\ \mathrm{kW}$

R2.175 $m = 150$ kg, $h = 2$ m, $t = 3$ s, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $P = ?$

$$P = \frac{W}{t} = \frac{mgh}{t} = 1\,000\ \mathrm{W} = 1\ \mathrm{kW}$$

R2.176 $h = 4$ m, $m_1 = 60$ kg, $t_1 = 5$ s, $m_2 = 72$ kg, $t_2 = 6$ s; $P_1/P_2 = ?$

$$P_1 = \frac{m_1gh}{t_1}$$

$$P_2 = \frac{m_2gh}{t_2}$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{m_1}{m_2}\frac{t_2}{t_1} = 1, \text{ tj. } P_1 = P_2$$

Výkony obou chlapců jsou stejné.

R2.177 $m = 750$ kg, $h = 6$ m, $t = 3$ min $= 180$ s, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $P = ?$

$$P = \frac{mgh}{t} = 250\ \mathrm{W}$$

R2.178 $P = 24$ kW $= 24\,000$ W, $h = 12$ m, $t = 8$ s, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $m = ?$

Motor o výkonu P vykoná za dobu t práci $W = Pt$. Má-li motor dopravit rovnoměrným pohybem náklad s kabinou o hmotnosti m do výšky h, musí vykonat práci $W = mgh$. Proto $Pt = mgh$ a odtud

$$m = \frac{Pt}{gh} = 1\,600\ \mathrm{kg}.$$

R2.179 $P = 300$ kW $= 3 \cdot 10^5$ W, $h = 180$ m, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, $t = 1$ h $= 3\,600$ s; $m = ?$

$$P = \frac{mgh}{t} \Rightarrow m = \frac{Pt}{gh} = 6 \cdot 10^5\ \mathrm{kg} = 600\ \mathrm{t}$$

Objem vyčerpané vody:

$$V = \frac{m}{\rho} = 600\ \mathrm{m^3}$$

R2.180 $v = 72\ \mathrm{km \cdot h^{-1}} = 20\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $F = 1{,}8$ kN $= 1\,800$ N; $P = ?$

$P = Fv = 36 \cdot 10^3\ \mathrm{W} = 36\ \mathrm{kW}$

R2.181 $P = 50$ kW $= 50 \cdot 10^3$ W, $v = 90\ \mathrm{km \cdot h^{-1}} = 25\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; a) $F = ?$,
b) $t = 30$ min $= 1\,800$ s; $W = ?$

a) $F = \frac{P}{v} = 2\,000\text{ N} = 2\text{ kN}$

b) $W = Pt = 90 \cdot 10^6\text{ J} = 90\text{ MJ}$

R2.182 P = 1 500 kW = 1,5 · 10^6 W, F = 60 kN = 6 · 10^4 N, s = 45 km = 45 · 10^3 m; t = ?

$$v = \frac{P}{F}$$

$$t = \frac{s}{v} = \frac{sF}{P} = 1\,800\text{ s} = 0{,}5\text{ h}$$

R2.183 m = 900 kg, t = 18 s, v = 72 km · h^{-1} = 20 m · s^{-1}; P = ?

$$P = Fv_p$$

$$F = ma$$

$$a = \frac{v}{t},\ v_p = \frac{v}{2} \Rightarrow P = m\frac{v}{t}\cdot\frac{v}{2} = \frac{mv^2}{2t} = 10\,000\text{ W} = 10\text{ kW}$$

R2.184 P = 4,8 kW = 4 800 W, m = 800 kg, f = 0,05, v = 2 m · s^{-1}, g = 10 m · s^{-2}; a = ?, v_{max} = ?

a) Na sáně působí při pohybu tažná síla motoru, jejíž velikost při dané rychlosti je $F = P/v$. Proti této síle působí třecí síla o velikosti $F_t = fmg$. Výslednice obou sil má velikost

$$F' = F - F_t = \frac{P}{v} - fmg.$$

Podle druhého pohybového zákona je zrychlení saní

$$a = \frac{F'}{m} = \frac{\frac{P}{v} - fmg}{m} = \frac{P}{mv} - fg = 2{,}5\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}.$$

Z výsledného vztahu vyplývá, že při maximálním výkonu se velikost zrychlení s rostoucí rychlostí zmenšuje. Např. při rychlosti 3 m · s^{-1} bychom dostali hodnotu 2 m · s^{-2}, při rychlosti 4 m · s^{-1} hodnotu 1,5 m · s^{-2} a při rychlosti 6 m · s^{-1} jen 1 m · s^{-2}. Dá se proto očekávat, že při určité rychlosti v_{max} klesne hodnota zrychlení na nulu.

b) Nejvyšší rychlosti v_{max} tedy motorové sáně dosáhnou při zrychlení a = 0. Dosadíme-li tuto podmínku do výsledného vztahu, dostaneme

$$\frac{P}{mv_{max}} - fg = 0$$

a odtud

$$v_{max} = \frac{P}{fmg} = 12\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

R2.185 m = 1 t = 1 · 10^3 kg, P = 50 kW = 50 · 10^3 W, v = 72 km · h^{-1} = 20 m · s^{-1}, F_o = 400 N; a = ?

$$F = \frac{P}{v} - F_o$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{P}{vm} - \frac{F_o}{m} = \frac{P - vF_o}{vm} = 2{,}1\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

R2.186 m = 3 t = 3 · 10^3 kg, v = 15 m · s^{-1}, P = 20 kW = 20 · 10^3 W, h = 4 m, s = 100 m, g = 10 m · s^{-2};

P_1 = ?

$$P = Fv$$

$$P_1 = (F + mg\frac{h}{s})v = \left(\frac{P}{v} + mg\frac{h}{s}\right)v = P + mg\frac{h}{s}v = 38\,000\ \mathrm{W} = 38\ \mathrm{kW}$$

R2.187 P_0 = 20 kW, m = 800 kg, v = 2 m · s^{-1}, η = ?

Účinnost je dána vztahem $\eta = P/P_0$, kde P_0 je příkon elektromotoru a P výkon jeřábu, dopravujícího náklad požadovanou rychlostí. Výkon jeřábu určíme ze vztahu $P = Fv = mgv$. Po dosazení do vztahu pro účinnost dostáváme

$$\eta = \frac{mgv}{P_0} = 0{,}8 \text{ neboli } 80\ \%.$$

R2.188 $P_0 - P = P_0(1 - \eta) = 4$ kW,

$$\frac{P_0(1-\eta)}{P_0} = 0{,}2, \text{ tj. } 20\ \%.$$

R2.189 P_0 = 10 kW, η = 90 %, tj. η = 0,9, t = 6 h; W = ?

$W = \eta P_0 t$ = 54 kW · h

R2.190 η = 0,8, m = 750 kg, h = 24 m, t = 0,5 min = 30 s, g = 10 m · s^{-2}; P_0 = ?

$$P = \frac{mgh}{t}$$

$$P_0 = \frac{P}{\eta} = \frac{mgh}{\eta t} = 7\,500\ \mathrm{W} = 7{,}5\ \mathrm{kW}$$

R2.191 m = 800 kg, v_1 = 10 m · s^{-1}, v_2 = 20 m · s^{-1}, v_3 = 30 m · s^{-1}; E_k = ?

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

E_{k1} = 4 000 J = 40 kJ, E_{k2} = 160 000 J = 160 kJ, E_{k3} = 360 000 J = 360 kJ.

R2.192 m = 1 kg, g = 10 m · s^{-2}, t_1 = 1 s, t_2 = 2 s, t_3 = 3 s; E_k = ?

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mg^2t^2$$

E_{k1} = 50 J, E_{k2} = 200 J, E_{k3} = 450 J.

R2.193 $v_2 = 2v_1$; $E_{k2}/E_{k1} = ?$

$$E_{k1} = \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$E_{k2} = \frac{1}{2}mv_2^2 = \frac{1}{2}m4v_1^2 = 4E_{k1}$$

Kinetická energie se zvětší čtyřikrát.

R2.194 $m_1 = 40$ kg, $v_1 = 2\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $E_{k1} = ?$, $m_2 = 0{,}5$ kg, $v_2 = 20\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $E_{k2} = ?$

$$E_{k1} = \frac{1}{2}m_1v_1^2 = 80\ \mathrm{J}$$

$$E_{k2} = \frac{1}{2}m_2v_2^2 = 100\ \mathrm{J}$$

R2.195 $v_1 = 10v_2$, $m_2 = 90m_1$; $E_{k1} : E_{k2} = ?$

$$E_{k1} = \frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}m_1 100v_2^2$$

$$E_{k2} = \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}90m_1v_2^2$$

$$E_{k1} : E_{k2} = 10 : 9$$

R2.196 $m = 20$ g $= 0{,}02$ kg, $s = 10$ cm $= 0{,}1$ m; $F = 4\,000$ N, $v = ?$

Při vniknutí střely do stromu překonává střela odporovou sílu F stromu po dráze s, přičemž vykoná mechanickou práci $W = Fs$. Tato práce se koná na úkor kinetické energie střely $E = mv^2/2$, jejíž počáteční rychlost byla v. Platí tedy

$$Fs = \frac{1}{2}mv^2$$

a odtud rychlost střely

$$v = \sqrt{\frac{2Fs}{m}} = 200\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}.$$

R2.197 $m = 600$ g $= 0{,}6$ kg, $v = 5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $s = 3$ cm $= 0{,}03$ m; $F = ?$

$$\frac{1}{2}mv^2 = Fs$$

$$F = \frac{mv^2}{2s} = 250\ \mathrm{N}$$

R2.198 $m = 1{,}2\ \mathrm{t} = 1{,}2 \cdot 10^3$ kg, $v_1 = 72\ \mathrm{km \cdot h^{-1}} = 20\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $v_2 = 90\ \mathrm{km \cdot h^{-1}} = 25\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$;
a) $\Delta E_k = ?$, b) $W = ?$

a) $\Delta E_k = E_{k2} - E_{k1}$

$\Delta E_k = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = 1{,}35 \cdot 10^5\ \mathrm{J} = 135\ \mathrm{kJ}$

b) $W = \Delta E_k = 135\ \mathrm{kJ}$

R2.199

$E_k = \frac{1}{2}mv^2$

$Ft = mv$

$v = \frac{Ft}{m}$

$E_k = \frac{F^2 t_2}{2m}$

R2.200 m = 3 kg, a) h_1 = 50 cm = 0,5 m; E_{p1} = ?, b) h_2 = 80 cm = 0,8 m, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; E_{p2} = ?

a) $E_{p1} = mgh_1$ = 15 J

b) $E_{p2} = mg(h_1 + h_2)$ = 39 J

R2.201 m = 80 kg, h_1 = 4 m, $h = 3h_1$ = 12 m, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; a) ΔE_p = ?, b) W = ?

a) $\Delta E_p = mgh$ = 9 600 J = 9,6 kJ

b) $W = \Delta E_p$ = 9,6 kJ

R2.202 m = 20 kg, l = 5 m, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; ΔE_p = ?

Těžiště tyče, které je uprostřed tyče, se zvedne o výšku $h = l/2$, přírůstek tíhové potenciální energie je $\Delta E_p = mgh = mgl/2$ = 500 J.

R2.203 h = 7,2 m, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; v = ?

$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gh} = 12\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$

R2.204 m = 1 kg, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, h = 45 m, t_1 = 1 s, t_2 = 2 s, t_3 = 3 s; E_p = ?

$h_1 = h - \frac{1}{2}gt_1^2$

$E_{p1} = mgh_1 = mg\left(h - \frac{1}{2}gt_1^2\right) = 400\ \mathrm{J}$

$E_{p2} = mg\left(h - \frac{1}{2}gt_2^2\right) = 250\ \mathrm{J}$

$E_{p3} = mg\left(h - \frac{1}{2}gt_3^2\right) = 0$

V čase t_3 = 3 s je těleso na zemském povrchu, tj. v nulové výšce.

R2.205 m = 1 kg, h = 45 m, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; grafy $E_k = f(t)$, $E_p = f(t)$.

Vztahy pro kinetickou a potenciální energii vyjádříme jako funkce času. Do vztahu pro kinetickou energii

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

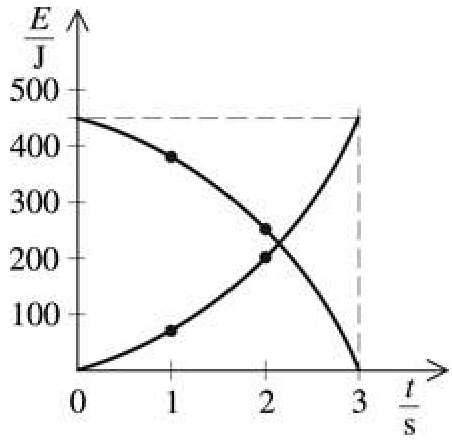
dosadíme rychlost volného pádu $v = gt$ a dostaneme

$$E_k = \frac{1}{2}mg^2t^2.$$

Do vztahu pro potenciální energii $E_p = mg(h - s)$ dosadíme dráhu volného pádu

$s = \frac{1}{2}gt^2$ a dostaneme $E_p = mg\left(h - \frac{1}{2}gt^2\right)$.

Sestavíme tabulku hodnot E_k a E_p pro řadu hodnot času $t \in \langle 0, 3 \rangle$ v sekundách a příslušné hodnoty vyneseme do grafu (viz obr. R2-205 [2-18]). Graf můžeme sestrojit také pomocí jednoduchého programu na počítači.



Obr. R2-205

R2.206 Z grafu odečteme čas, v němž se obě křivky protínají: $t \approx 2{,}1$ s. Tento čas ověříme dosazením do rovnice

$$mg\left(h - \frac{1}{2}gt^2\right) = \frac{1}{2}mg^2t^2.$$

R2.207 Celková mechanická energie $E = E_p + E_k$. Pro všechny tři časy dostaneme E = 450 J. Platí zákon zachování mechanické energie.

R2.208 m = 400 kg, s = 80 cm = 0,8 m, $F = 12\ \mathrm{kN} = 12 \cdot 10^3\ \mathrm{N}$, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; h = ?

$$mgh = Fs$$

$$h = \frac{Fs}{mg} = 2{,}4\ \mathrm{m}$$

R2.209 m = 60 t = 60 · 10^3 kg, h_1 = 1 000 m, h_2 = 3 000 m, v_1 = 160 m · s^{-1}, v_2 = 200 m · s^{-1}, g = 10 m · s^{-2}; W = ?

$$W = \Delta E_p + \Delta E_k = mg(h_2 - h_1) + \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \approx 1{,}6 \cdot 10^9\ \mathrm{J} = 1{,}6\ \mathrm{GJ}$$

R2.210 h = 8 m, m = 0,4 kg, v = 5 m · s^{-1}, g = 10 m · s^{-2}; F = ?

Práce vykonaná odporovou silou se rovná úbytku mechanické energie,

$$W = Fh = mgh - \frac{1}{2}mv^2,$$

velikost odporové síly

$$F = mg - \frac{mv^2}{2h} = 3{,}4\ \mathrm{J}.$$

Při působení odporových sil neplatí zákon zachování mechanické energie, část mechanické energie se přemění v jiné druhy energie, především ve vnitřní energii.

2.4 Gravitační pole

R2.211 $m_1 = m_2$ = 10 g = 0,01 kg, r = 10 cm = 0,1 m, κ = 6,67 · 10^{-11} N · m^2 · kg^{-2}; F_g = ?

$$F_g = \kappa \frac{m_1 m_2}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-13}\ \mathrm{N}$$

R2.212 F_g = 4 mN = 0,004 N, a) $r_1 = 2r$; F_{g1} = ?, b) $r_2 = r/2$; F_{g2} = ?, c) $r_3 = r/3$; F_{g3} = ?

$$F_g = \kappa \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

a) $F_{g1} = \kappa \frac{m_1 m_2}{4r^2} = \frac{1}{4}F_g = 0{,}001\ \mathrm{N} = 1\ \mathrm{mN}$

b) $F_{g2} = \kappa \frac{m_1 m_2}{r^2} 4 = 4F_{g1} = 0{,}016\ \mathrm{N} = 16\ \mathrm{mN}$

c) $F_{g3} = \kappa \frac{m_1 m_2}{r^2} 9 = 9F_{g1} = 36\ \mathrm{mN}$

R2.213 Tíhová síla působící na tělesa je mnohem větší než gravitační síla vzájemného přitahování těles.

R2.214 $R_1 = R_2$ = 25 cm = 0,25 m, $m_1 = m_2 = m$ = 4 000 kg, κ = 6,67 · 10^{-11} N · m^2 · kg^{-2}; F_g = ?

$$r = R_1 + R_2 = 0{,}5\ \mathrm{m}$$

$$F_g = \kappa \frac{m^2}{r^2} = 4{,}27 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{N} = 4{,}27\ \mathrm{mN}$$

R2.215 M_Z = 6 · 10^{24} kg, $M_\odot$ = 2 · 10^{30} kg, r = 1,5 · 10^8 km = 1,5 · 10^{11} m,

$\kappa = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$; $F_g = ?$

$$F_g = \kappa \frac{M_Z M_{\odot}}{r^2} = 3{,}6 \cdot 10^{22}\ \mathrm{N}$$

Výsledek se shoduje s výsledkem úlohy 2.149, neboť dostředivá síla působící na Zemi je rovna gravitační síle.

R2.216 $R_Z = 6\,370\ \mathrm{km} = 6{,}37 \cdot 10^6\ \mathrm{m}$, $m = 1\ \mathrm{kg}$, $\kappa = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$, $F_g = 9{,}8\ \mathrm{N}$; $M_Z = ?$

Podle Newtonova gravitačního zákona působí Země o hmotnosti M_Z na těleso o hmotnosti m na povrchu Země gravitační silou o velikosti

$$F_g = \kappa \frac{M_Z m}{R_Z^2}.$$

Známe-li poloměr Země R_Z a velikost síly F_g, která působí na těleso o hmotnosti m, snadno určíme hmotnost Země

$$M_Z = \frac{F_g R_Z^2}{\kappa m} = 6 \cdot 10^{24}\ \mathrm{kg}.$$

Průměrnou hustotu Země určíme ze vztahu $\rho = M_Z/V_Z$, kde V_Z je objem Země. Dosadíme-li nyní $M_Z = F_g R_Z^2/\kappa m$, $V_Z = 4\pi R_Z^3/3$, dostaneme po úpravě

$$\rho = \frac{3F_g}{4\pi m \kappa R_Z} = 5{,}5 \cdot 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}.$$

Protože hustota povrchových vrstev Země je pouze $2{,}7 \cdot 10^3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, dá se usuzovat na poměrně větší hustotu zemského nitra.

R2.217 $m = 50\ \mathrm{kg}$, $F_g = 490\ \mathrm{N}$; $K = ?$

Intenzita gravitačního pole je definována vztahem $\boldsymbol{K} = \boldsymbol{F}_g/m$.

Velikost intenzity $K = \dfrac{F_g}{m} = 9{,}8\ \mathrm{N \cdot kg^{-1}}.$

Intenzita gravitačního pole je číselně i rozměrově rovna velikosti gravitačního zrychlení.

R2.218 $K = 9{,}8\ \mathrm{N \cdot kg^{-1}}$, a) $h = R_Z$; $K_1 = ?$, b) $h = 2R_Z$; $K_2 = ?$

$$K = \kappa \frac{M_Z}{R_Z^2}$$

a) $K_1 = \kappa \dfrac{M_Z}{(2R_Z)^2} = \dfrac{1}{4} K = 2{,}45\ \mathrm{N \cdot kg^{-1}}$

b) $K_2 = \kappa \dfrac{M_Z}{(3R_Z)^2} = \dfrac{1}{9} K = 1{,}09\ \mathrm{N \cdot kg^{-1}}$

R2.219 $K_1 = K/100$; $h = ?$

$$K = \kappa \frac{M_Z}{R_Z^2}$$

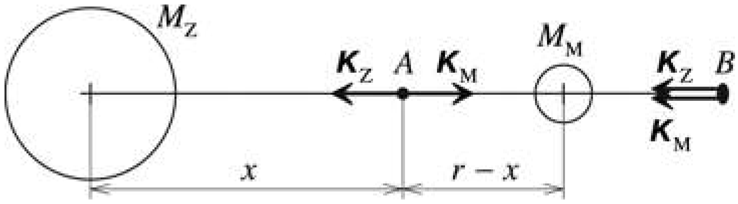
$$K_1 = \kappa \frac{M_Z}{(R_Z + h)^2} = \frac{K}{100} \Rightarrow (R_Z + h)^2 = 100 R_Z^2$$

$$R_Z + h = 10 R_Z$$

$$h = 9 R_Z$$

R2.220 $M_M = M_Z/81$, $r = 60R_Z$, $\boldsymbol{K} = 0$; $x = ?$

Označme x vzdálenost bodu A, v němž je intenzita nulová, od středu Země (viz obr. R2-220).



Obr. R2-220

Vzdálenost středu Měsíce od tohoto bodu je $r - x$. Intenzity gravitačního pole Země a Měsíce jsou stejně velké a mají navzájem opačný směr, jejich výslednice je tedy nulová. Velikosti intenzit jsou:

$$K_Z = \kappa \frac{M_Z}{x^2}$$

$$K_M = \kappa \frac{M_M}{(r-x)^2} = \kappa \frac{M_Z}{81(r-x)^2}$$

Odtud: $81(r - x)^2 = x^2$, pro x po úpravě dostaneme kvadratickou rovnici $80x^2 - 162rx + 81r^2 = 0$, jejímiž kořeny jsou:

$$x_1 = \frac{9}{8} r = 67{,}5 R_Z$$

$$x_2 = \frac{9}{10} r = 54 R_Z$$

Intenzity gravitačního pole Země a Měsíce se vzájemně ruší v bodě A, který je ve vzdálenosti $54R_Z$ od středu Země. Ve vzdálenosti $67{,}5R_Z$ od Země, v bodě B, jsou intenzity obou těles rovněž stejně velké, ale mají stejný směr. Ve větší vzdálenosti převládá gravitační pole Země nad gravitačním polem Měsíce.

R2.221 Podle definice $\boldsymbol{K} = \boldsymbol{F}_g/m$, podle 2. pohybového zákona $\boldsymbol{a}_g = \boldsymbol{F}_g/m$, tedy $\boldsymbol{K} = \boldsymbol{a}_g$.

R2.222 $M_M = 7{,}4 \cdot 10^{22}$ kg, $R_M = 1{,}7 \cdot 10^6$ m, $\kappa = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m^2 · kg^{-2}; $a_g = ?$

$$a_g = \kappa \frac{M_M}{R_M^2} = 1{,}7\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$$

R2.223 $R_Z = 6\,370$ km $= 6{,}37 \cdot 10^6$ m, $a_g = 9{,}8$ m · s^{-2}, $\kappa = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m^2 · kg^{-2}; $M_Z = ?$

$$a_g = \kappa \frac{M_Z}{R_Z^2} \Rightarrow M_Z = a_g \frac{R_Z^2}{\kappa} = 5{,}96 \cdot 10^{24}\,\text{kg} \approx 6 \cdot 10^{24}\,\text{kg}$$

R2.224 $a_g = a_{g0}/2$, $R_Z = 6\,370$ km; $h = ?$

$$a_{g0} = \kappa \frac{M_Z}{R_Z^2}$$

$$a_g = \kappa \frac{M_Z}{(R_Z + h)^2} = \frac{a_{g0}}{2} = \kappa \frac{M_Z}{2R_Z^2} \Rightarrow 2R_Z^2 = (R_Z + h)^2, R_Z\sqrt{2} = R_Z + h$$

a odtud

$$h = R_Z(\sqrt{2} - 1) \approx 2\,640\,\text{km}.$$

R2.225 $R = R_Z/2$, $a_g = 9{,}8\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, a) $M = M_Z$; $a_{g1} = ?$, b) $\rho = \rho_Z$; $a_{g2} = ?$

$$a_g = \kappa \frac{M_Z}{R_Z^2}$$

a) $a_{g1} = \kappa \frac{M}{R^2} = \kappa \frac{M_Z}{R_Z^2} 4 = 4a_g = 39{,}2\,\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$

b) Při polovičním poloměru by objem Země byl osmkrát menší, takže při stejné hustotě by také hmotnost Země byla osmkrát menší, $M = M_Z/8$ a gravitační zrychlení

$$a_{g2} = \kappa \frac{M_Z}{8} \frac{4}{R_Z^2} = \frac{a_g}{2} = 4{,}9\,\text{m} \cdot \text{s}^{-2}.$$

R2.226 Tíhové zrychlení je nejmenší na rovníku, s rostoucí zeměpisnou šířkou se zvětšuje a na zemských pólech je největší.

R2.227 Největší jsou na zemských pólech, nejmenší na rovníku.

R2.228 Na zemských pólech, kde nepůsobí setrvačná odstředivá síla.

R2.229 Na zemských pólech a na rovníku.

R2.230 $m = 100$ kg, a) na pólu, b) na rovníku; $F_G = ?$

a) Na pólu je velikost tíhového zrychlení $g = 9{,}83\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, $F_G = mg = 983$ N.

b) Na rovníku je velikost tíhového zrychlení $g = 9{,}78\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, $F_G = mg = 978$ N.

R2.231 $v_0 = 20\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, $g = 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, a) $t = 1$ s; $v = ?$, b) $t = 1$ s; $h = ?$, c) $h_1 = ?$

a) $v = v_0 - gt = 10\,\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

b) $h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 = 15\,\text{m}$

c) V nejvyšším bodě trajektorie je rychlost $v = 0$, odtud doba výstupu $t_1 = v_0/g$ a výška výstupu

$$h_{max} = \frac{v_0^2}{2g} = 20 \text{ m}.$$

R2.232 h = 5 m, g = 10 m · s^{-2}; v_0 = ?

Doba výstupu $t_1 = v_0/g$, dosazením do vztahu pro výšku výstupu

$$h = v_0 t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2$$

dostaneme po úpravě

$$v_0 = \sqrt{2gh} = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

R2.233 h = 20 m, g = 10 m · s^{-2}; a) v_0 = ?, b) $g_M = g/6$, h_M = ?

a) $v_0 = \sqrt{2gh} = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

b) $h_M = \frac{v_0^2}{2g_M} = \frac{6v_0^2}{2g} = 6h = 120 \text{ m}$

R2.234 h_0 = 20 m, $v_1 = v_0/2$, g = 10 m · s^{-2}; h_1 = ?

Nejprve určíme rychlost dopadu míče padajícího z výšky h_0. Označíme-li dobu pádu t_0, je rychlost dopadu $v_0 = gt_0$. Odtud doba pádu $t_0 = v_0/g$. Po dosazení doby t_0 do vztahu pro výšku

$$h_0 = \frac{1}{2} g t_0^2$$

dostáváme $h_0 = v_0^2/2g$ a odtud rychlost dopadu

$$v_0 = \sqrt{2gh_0} = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Víme, že pro rychlost odrazu platí $v_1 = v_0/2$ = 10 m · s^{-1}, což je současně velikost počáteční rychlosti míče vrženého směrem svislým vzhůru.

Pro svislý vrh vzhůru s počáteční rychlostí v_1 platí vztahy

$$v = v_1 - gt, \quad h = v_1 t - \frac{1}{2} g t^2,$$

kde v je okamžitá rychlost a h okamžitá výška výstupu v čase t. Máme-li určit výšku h_1, do které míč vystoupil, stanovíme nejprve dobu jeho výstupu t_1. Poněvadž ve výšce h_1 je rychlost míče $v = 0$, platí (po dosazení do vztahu pro okamžitou rychlost) $v_1 - gt_1 = 0$, odtud doba výstupu $t_1 = v_1/g$. Dosadíme-li tuto dobu do vztahu pro výšku výstupu, dostáváme

$$h_1 = v_1 t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2 = \frac{v_1^2}{2g}.$$

Pro rychlost v_1 = 10 m · s^{-1} je h_1 = 5 m.

Chceme-li určit výšku výstupu h_1 pomocí dané výšky h_0, dosadíme rychlost

$$v_1 = \frac{v_0}{2} = \frac{\sqrt{2hg_0}}{2}$$

do vztahu $h_1 = \frac{v_1^2}{2g}$ a máme $h_1 = \frac{h_0}{4}$.

Pro danou výšku h_0 = 20 m je h_1 = 5 m.

R2.235 h = 5 m, h_1 = 2 m, g = 10 m · s^{-2}; v = ?, v_1 = ?

$$v = \sqrt{2gh} = 10\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

a dále

$$v_1 = \sqrt{2gh_1} = 6{,}3\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}.$$

R2.236 t = 4 s, g = 10 m · s^{-2}; h = ?

Doba výstupu je rovna polovině celkové doby, $t_1 = t/2$ = 2 s; $h = gt_1^2/2$ = 20 m.

R2.237 h = 90 m, v_0 = 15 m · s^{-1}, g = 10 m · s^{-2}; t = ?, v = ?

Platí $h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$;

pro čas t dostáváme kvadratickou rovnici

$$\frac{1}{2} g t^2 + v_0 t - h = 0,$$

jejímiž kořeny jsou t_1 = 3 s, t_2 = –6 s. Záporný kořen zde nemá smysl, doba pádu kamene je tedy t = 3 s.

Velikost rychlosti dopadu je $v = v_0 + gt$ = 45 m · s^{-1}.

R2.238 h = 45 m, v_x = 10 m · s^{-1}, g = 10 m · s^{-2}, t_1 = 1 s, t_2 = 2 s, t_3 = 3 s;

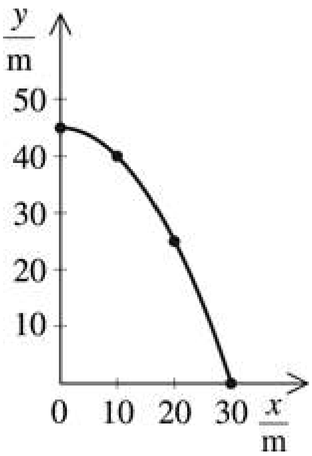
x_1 = ?, y_1 = ?, x_2 = ?, y_2 = ?, x_3 = ?, y_3 = ?

$$x_1 = v_x t_1 = 10\,\mathrm{m}, y_1 = h - \frac{1}{2} g t_1^2 = 40\,\mathrm{m},$$

$$x_2 = v_x t_2 = 20\,\mathrm{m}, y_2 = h - \frac{1}{2} g t_2^2 = 25\,\mathrm{m}$$

$$x_3 = v_x t_3 = 30\,\mathrm{m}, y_3 = h - \frac{1}{2} g t_3^2 = 0\,\mathrm{m}.$$

Trajektorie míče je nakreslena na obr. R2-238.



Obr. R2-238

R2.239 $v_x = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, $t_1 = 1$ s, $t_2 = 2$ s, $t_3 = 3$ s; $v_1 = ?$, $v_2 = ?$, $v_3 = ?$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}\,,$$

v_x = konst., $v_y = gt$. Po dosazení za čas a výpočtu celkové rychlosti je

$v_1 = 14\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $v_2 = 22\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $v_3 = 32\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

R2.240 $h = 20$ m, $v_0 = 5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; a) $t_\mathrm{d} = ?$, $d = ?$, b) $v_\mathrm{d} = ?$

a) Souřadnice polohy vodorovně vrženého tělesa z výšky h v závislosti na čase t jsou

$$x = v_0 t, \quad y = h - \frac{1}{2}gt^2,$$

souřadnice okamžité rychlosti v závislosti na čase t

$v_x = v_0$, $v_y = gt$.

V okamžiku dopadu míčku na vodorovnou rovinu, tj. za dobu t_d od počátku pohybu, jsou souřadnice polohy $x = d$, $y = 0$, tedy platí

$$h - \frac{1}{2}gt_\mathrm{d}^2 = 0.$$

Odtud doba

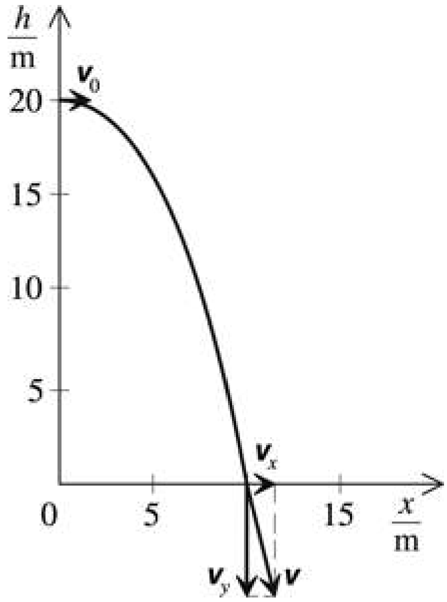
$$t_\mathrm{d} = \sqrt{\frac{2g}{h}} = 2\ \mathrm{s}$$

a vzdálenost místa dopadu míčku od domu

$$d = v_0 t_\mathrm{d} = v_0\sqrt{\frac{2g}{h}} = 10\ \mathrm{m}.$$

b) Při dopadu míčku na vodorovnou rovinu jsou souřadnice okamžité rychlosti $v_x = v_0$, $v_y = gt_\mathrm{d}$ a velikost výsledné rychlosti podle obr. R2-240 [2-19]

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + (gt_d)^2} = 21\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}.$



Obr. R2-240

R2.241 t = 3 s, d = 15 m, g = 10 m · s^{-2}; h = ?, v_0 = ?

$$h = \frac{1}{2}gt^2 = 45\,\mathrm{m}$$

$$v_0 = \frac{d}{t} = 5\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

R2.242 h = 80 m, m = 10 g = 0,01 kg, v_0 = 30 m · s^{-1}, g = 10 m · s^{-2}; a) t = ?, d = ?, b) E_{k0} = ?, E_{p0} = ?, c) E = ?

a) $t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 4\,\mathrm{s},\ d = v_0 t = 120\,\mathrm{m}$

b) $E_{k0} = \frac{1}{2}mv_0^2 = 4{,}5\,\mathrm{J},\ E_{p0} = mgh = 8\,\mathrm{J}$

c) $E = E_k + E_p = 12{,}5\,\mathrm{J}$

R2.243 a) ve vrcholu paraboly, kterou míč opisuje, b) v místě výkopu a v místě dopadu na zem.

R2.244 α = 45°, v_0 = 20 m · s^{-1}, g = 10 m · s^{-2}; a) h = ?, b) d = ?

Vyjdeme z rovnic

$$v_x = v_0 \cos\alpha,\ v_y = v_0 \sin\alpha - gt,$$

$$x = v_0 t \cos\alpha,\ y = v_0 t \sin\alpha - \frac{1}{2}gt^2.$$

a) V nejvyšším bodě trajektorie je $v_y = 0$, odtud oba výstupu

$$t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g};$$

dosazením tohoto času do vztahu pro souřadnici y dostaneme výšku výstupu

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g} = 10\,\text{m}.$$

b) V okamžiku dopadu na zem je $y = 0$, odtud $t_1 = 0$ (počátek vrhu),

$$t_2 = \frac{2v_0 \sin\alpha}{g}.$$

Dosazením času t_2 do vztahu pro souřadnici x dostaneme délku vrhu

$$d = \frac{2v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g}$$

a po úpravě

$$d = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = 40\,\text{m}.$$

R2.245 $h = d$; $\alpha = ?$

V předešlém příkladu jsme odvodili pro výšku vrhu vztah:

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$$ a pro délku vrhu vztah :

$$d = \frac{2v_0^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g}$$

Porovnáním obou vztahů, tj. dosazením do vztahu $h = d$, dostaneme tg $\alpha = 4$, odtud $\alpha \approx 76°$. Můžeme si všimnout, že tvar trajektorie nezávisí ani na velikosti tíhového zrychlení, ani na velikosti počáteční rychlosti.

R2.246 $h = 630\text{ km} = 6{,}3 \cdot 10^5\text{ m}$, $M_Z = 6 \cdot 10^{24}\text{ kg}$, $\kappa = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$,
$R_Z = 6\,370\text{ km} = 6{,}37 \cdot 10^6\text{ m}$; $v = ?$, $T = ?$

Dostředivá síla je tvořena gravitační silou, $F_d = F_g$, tedy:

$$\frac{mv^2}{R_Z + h} = \frac{\kappa M_Z m}{(R_Z + h)^2}$$

a odtud rychlost

$$v = \sqrt{\frac{\kappa M_Z}{R_Z + h}} = 7{,}56 \cdot 10^3\,\text{m} \cdot \text{s}^{-1} = 7{,}56\,\text{km} \cdot \text{s}^{-1},$$

a oběžná doba

$$T = \frac{2\pi(R_Z + h)}{v} \approx 5\,820\ \text{s} = 97\ \text{min} = 1\ \text{h}\ 37\ \text{min}.$$

R2.247 r = 384 000 km = 3,84 · 10^8 m, M_Z = 6 · 10^{24} kg, κ = 6,67 · 10^{-11} N · m^2 · kg^{-2}; v = ?

$$v = \sqrt{\frac{\kappa M_Z}{r}} = 1\,020\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1} \approx 1\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$$

R2.248 $h_1 = R_Z$, $h_2 = 2R_Z$, M_Z = 6 · 10^{24} kg, R_Z = 6 370 km = 6,37 · 10^6 m, κ = 6,67 · 10^{-11} N · m^2 · kg^{-2}; v_1 = ?, v_2 = ?

$$r_1 = R_Z + h_1 = 2R_Z,\ v_1 = \sqrt{\frac{\kappa M_Z}{r_1}} = \sqrt{\frac{\kappa M_Z}{2R_Z}} = 5\,600\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1} = 5{,}6\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$r_2 = R_Z + h_2 = 3R_Z,\ v_2 = \sqrt{\frac{\kappa M_Z}{r_2}} = \sqrt{\frac{\kappa M_Z}{3R_Z}} = 4\,600\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1} = 4{,}6\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$$

R2.249 $v_h = \frac{1}{2}v_0;\ h = ?$

$$v_0 = \sqrt{\frac{\kappa M_Z}{R_Z}},\ v_h = \sqrt{\frac{\kappa M_Z}{R_Z + h}}$$

$$v_h = \frac{1}{2}v_0,\ \text{tedy:}$$

$$\sqrt{\frac{\kappa M_Z}{R_Z + h}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\kappa M_Z}{R_Z}};$$

$$R_Z + h = 4R_Z,\ \text{výška}\ h = 3R_Z.$$

R2.250 a) $r_1 = 2r$, b) $m_1 = 2m$; v = ?

$$\text{a)}\ v = \sqrt{\frac{\kappa M_Z}{2r}} = \frac{v_0}{\sqrt{2}};\ \text{zmenšila by se}\ \sqrt{2}\text{krát},$$

b) nezměnila by se, velikost kruhové rychlosti nezávisí na hmotnosti družice, pokud tuto hmotnost můžeme zanedbat vzhledem k hmotnosti Země.

R2.251 Doba oběhu stacionární družice je stejná jako perioda Země T = 24 h = 86 400 s. Označíme-li h výšku družice nad povrchem Země, pak za dobu T družice opíše dráhu $2\pi(R_Z + h)$ a její rychlost bude

$$v = \frac{2\pi(R_Z + h)}{T}.$$

Rychlost družice lze však také vyjádřit jako kruhovou rychlost

$$v_k = \sqrt{\frac{\kappa M_Z}{R_Z + h}}.$$

Porovnáme-li pravé strany obou vztahů, dostáváme rovnici

$$\frac{2\pi(R_Z + h)}{T} = \sqrt{\frac{\kappa M_Z}{R_Z + h}},$$

ze které postupnými úpravami vyjádříme výšku

$$h = \sqrt[3]{\frac{\kappa M_Z T^2}{4\pi^2}} - R_Z.$$

Pro známé hodnoty M_Z, R_Z a T je h = 35 900 km. Porovnáme-li tuto hodnotu s poloměrem Země, dostaneme $h = 5{,}6R_Z$.

R2.252 r = 23 500 km = $23{,}5 \cdot 10^6$ m, $v = 1{,}35$ km · s^{-1} = $1{,}35 \cdot 10^3$ m · s^{-1}, $\kappa = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m^2 · kg^{-2}; M = ?

Gravitační zrychlení je rovno dostředivému zrychlení, $a_g = a_d$, tedy

$$\kappa\frac{M}{r^2} = \frac{v^2}{r} \Rightarrow M = \frac{v^2 r}{\kappa} = 6{,}42 \cdot 10^{23}\ \text{kg}.$$

R2.253 v_k = 1 km · s^{-1}; v_p = ?

$$v_p = v_k\sqrt{2} \approx 1{,}4\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}$$

R2.254 a) $M = 2M_Z$, b) $R = 2R_Z$; v_{p1} = ?, v_{p2} = ?

a) $v_p = \sqrt{\dfrac{2\kappa M_Z}{R_Z}}$,

$v_{p1} = \sqrt{\dfrac{2\kappa 2M_Z}{R_Z}} = v_p\sqrt{2}$, zvětšila by se $\sqrt{2}$krát,

b) $v_{p2} = \sqrt{\dfrac{2\kappa M_Z}{2R_Z}} = \dfrac{v_p}{\sqrt{2}}$, zmenšila by se $\sqrt{2}$krát.

R2.255 $M_Z = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg, $\kappa = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m^2 · kg^{-2}; a) pro Mars v_p = ?, b) pro Jupiter v_p = ?

a) Hmotnost Marsu $M = 0{,}107M_Z = 6{,}40 \cdot 10^{23}$ kg, poloměr $R = 3{,}40 \cdot 10^6$ m,

$$v_p = \sqrt{\frac{2\kappa M}{R}} = 5 \cdot 10^3\,\text{m} \cdot \text{s}^{-1} = 5\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1}.$$

b) Hmotnost Jupiteru $M = 318M_Z = 1{,}90 \cdot 10^{27}$ kg, rovníkový poloměr $R = 7{,}14 \cdot 10^7$ m, úniková rychlost $v_p \approx 6 \cdot 10^4$ m · s^{-1} = 60 km · s^{-1}.

R2.256 v_p = 11,2 km · s^{-1} = $11{,}2 \cdot 10^3$ m · s^{-1}, $\kappa = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ N · m^2 · kg^{-2}, R_Z = 6 370 km = $6{,}37 \cdot 10^6$m; M_Z = ?

$$v_p = \sqrt{\frac{2\kappa M_Z}{R_Z}} \Rightarrow M_Z = \frac{v_p^2 R_Z^2}{2\kappa} = 6{,}0 \cdot 10^{24}\,\text{kg}.$$

R2.257 a) v periheliu, b) v aféliu.

R2.258 T_1 = 1,9 roku; a_1 = ?

Střední vzdálenost od Slunce vypočteme pomocí třetího Keplerova zákona. Jako srovnávací planetu použijeme Zemi, pro kterou a_2 = 1 AU, T_2 = 1 rok. Platí

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}\text{, tedy pro } a_1 \text{ vypočteme :}$$

$$a_1 = a_2 \sqrt[3]{\frac{T_1^2}{T_2^2}} = 1{,}5 \text{ AU}$$

R2.259 a_1 = 30 AU; T_1 = ?

Oběžnou dobu vypočteme pomocí třetího Keplerova zákona. Jako srovnávací planetu použijeme Zemi, pro kterou a_2 = 1 AU, T_2 = 1 rok. Platí

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}\text{, odtud } T_1 = T_2\sqrt{\frac{a_1^3}{a_2^3}} = 164 \text{ roky.}$$

R2.260 r_1 = 0,308 AU, r_2 = 0,466 AU, T_Z = 1 rok, a_Z = 1 AU; T = ?

$$a = \frac{r_1 + r_2}{2} = 0{,}387 \text{ AU a dále}$$

$$T = T_Z\sqrt{\frac{a^3}{a_Z^3}} = 0{,}24 \text{ roku} = 88 \text{ dní.}$$

2.5 Mechanika tuhého tělesa

R2.261 F = 20 N, r = 0,4 m; M = ?

$M = Fr$ = 8 N · m

R2.262 a) síla $\boldsymbol{F}_4$, neboť rameno této síly je největší (polovina úhlopříčky čtverce),

b) síla $\boldsymbol{F}_1$, jejíž rameno je nulové,

c) síly $\boldsymbol{F}_2$ a $\boldsymbol{F}_3$, které mají stejné rameno (polovina strany čtverce).

R2.263 a = 2 m, F_1 = 40 N, F_2 = 50 N, F_3 = 30 N; a) M_1 = ?, M_2 = ?, M_3 = ?, b) M = ?, c) F = ?

a) $M_1 = F_1a$ = 80 N · m, $M_2 = F_2a$ = 100 N · m, M_3 = 0 (rameno je nulové),

b) $M = M_1 + M_2 + M_3$ = 180 N · m (směřuje kolmo za nákresnu),

c) $F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = 64$ N.

R2.264 $l_1 : l_2 = 1 : 10$, $m_2 = 5$ kg; $m_1 = ?$

Vyvážení předmětu je založeno na rovnosti momentů tíhových sil. Platí

$$m_1 g l_1 = m_2 g l_2,$$

tedy

$$m_1 = m_2 \frac{l_2}{l_1} = 10 m_2 = 50\ \mathrm{kg}.$$

R2.265 a) Otáčivé účinky sil se ruší, jsou-li momenty sil stejně velké a mají navzájem opačný směr. To je v případech B a C.

b) Dvojici sil tvoří dvě stejně velké rovnoběžné síly, které mají navzájem opačný směr. To je v případě D.

c) Celkový moment sil je největší v případě D, momenty obou sil mají stejný směr.

R2.266 $a = 0{,}4$ m, $F_1 = F_1' = 40$ N; a) $M = ?$, b) $F_2 = F_2' = ?$

a) $D = F_1 a = 16\ \mathrm{N \cdot m}$

b) $F_1 a = F_2 a\sqrt{2},\ F_2 = \dfrac{F_1}{\sqrt{2}} = 28\ \mathrm{N}$

R2.267 $m_1 = 2{,}20$ kg, $m_2 = 1{,}75$ kg; a) $m = ?$, b) $l_1/l_2 = ?$

a) Označme délku levého ramena l_1, délku pravého ramena l_2. Rovnice rovnováhy jsou

$m l_1 g = m_1 l_2 g,\ m l_2 g = m_2 l_1 g$. Násobením levých a pravých stran těchto rovnic dostaneme

$$m^2 l_1 l_2 = m_1 m_2 l_1 l_2$$

a odtud

$$m = \sqrt{m_1 m_2} = 1{,}96\ \mathrm{kg}.$$

b) Dělením levých a pravých stran rovnic pro rovnováhu dostaneme

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \frac{l_2}{l_1} \text{ a odtud } \frac{l_1}{l_2} = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}} = 1{,}12.$$

R2.268 $l_1 = 15$ cm, $l_2 = 13$ cm, $m = 150$ g; a) $m_1 = ?$, $m_2 = ?$

a) $m l_1 g = m_1 l_2 g \Rightarrow m_1 = m \dfrac{l_1}{l_2} = 173\ \mathrm{g}$

b) $m l_2 g = m_2 l_1 g \Rightarrow m_2 = m \dfrac{l_2}{l_1} = 130\ \mathrm{g}$

R2.269 $F = F' = 30$ N, $a = 0{,}6$ m; $D = ?$

a) $D = Fa = 18\ \mathrm{N \cdot m}$

b) $D = F\dfrac{a}{2} = 9\ \mathrm{N \cdot m}$

c) $D = Fa\sqrt{2} = 25\ \mathrm{N \cdot m}$ (nezávisí)

R2.270 $l = 5$ m, $m = 95$ kg, $d_1 = 2$ m; $l_1 = ?$

$F_1d_1 = F_2d_2$; $d_2 = l - d_1 - l_1$; $F_1 = F_2 \Rightarrow d_1 = d_2$, tedy $d_1 = l - d_1 - l_1$ a odtud

$l_1 = l - 2d_1 = 1$ m.

R2.271 $F_1 = 70$ N, $F_2 = 40$ N, $d = 2{,}2$ m; $F = ?$, $d_1 = ?$

a) Pro síly stejného směru je velikost výslednice $F = F_1 + F_2 = 110$ N, vzdálenost působiště výslednice od působiště větší síly je

$$d_1 = \frac{F_2 d}{F_1 + F_2} = 0{,}8\ \mathrm{m}.$$

Působiště je na spojnici působišť obou sil blíže k větší síle.

b) Pro síly opačného směru je velikost výslednice $F = F_1 - F_2 = 30$ N, vzdálenost působiště výslednice od působiště větší síly je

$$d_1 = \frac{F_2 d}{F_1 - F_2} = 2{,}9\ \mathrm{m}.$$

Působiště je na prodloužené spojnici působišť obou sil na straně větší síly.

R2.272 $l = 20$ cm, $m_1 = 0{,}2$ kg, $d_1 = 8$ cm, $m_2 = 0{,}4$ kg, $d_2 = 6$ cm, $m_3 = 0{,}6$ kg, $d_3 = 2$ cm, $m_4 = 0{,}2$ kg, $d_4 = 4$ cm, $d = l/2 = 10$ cm; $m = ?$

Z velikostí momentů sil zjistíme, že závaží je třeba zavěsit na pravém konci páky. Při rovnováze na páce platí vztah

$m_1gd_1 + m_2gd_2 = m_3gd_3 + m_4gd_4 + mgd.$

Odtud hledaná hmotnost

$$m = \frac{1}{d}\left(m_1d_1 + m_2d_2 - m_3d_3 - m_4d_4\right) = 0{,}2\ \mathrm{kg}.$$

R2.273 $F_1 = 50$ N, $F_2 = 80$ N, $F_3 = 30$ N, $a = 0{,}6$ m, $b = 0{,}3$ m; $F = ?$, $d = ?$

Síly $\boldsymbol{F}_2$ a $\boldsymbol{F}_3$ mají stejný směr, síla $\boldsymbol{F}_1$ má opačný směr. Velikost výslednice je $F = F_2 + F_3 - F_1$, výslednice má stejný směr jako síly $\boldsymbol{F}_2$ a $\boldsymbol{F}_3$. Pro dané hodnoty je $F = 60$ N. Polohu působiště výslednice najdeme pomocí momentů sil. Momenty všech sil budeme vztahovat k ose procházející bodem A. Vektorový součet momentů jednotlivých sil vzhledem k ose otáčení musí být rovný momentu výslednice vzhledem k téže ose. Označíme-li d vzdálenost působiště výslednice od bodu A a uvážíme-li, že moment síly $\boldsymbol{F}_1$ vzhledem k ose procházející bodem A je nulový, momenty sil $\boldsymbol{F}_2$ a $\boldsymbol{F}_3$ i moment výslednice $\boldsymbol{F}$ mají stejný směr, platí

$F_2a + F_3(a + b) = Fd$

a odtud

$$d = \frac{F_2 a + F_3(a+b)}{F} \approx 1{,}2\ \text{m}.$$

Výslednice sil má velikost 60 N, má stejný směr jako síly $\boldsymbol{F}_2$ a $\boldsymbol{F}_3$ a její působiště je ve vzdálenosti přibližně 1,2 m vpravo od bodu A.

R2.274 $F_1 = 400$ N, $F_2 = 200$ N, $F_3 = 500$ N, $F_4 = 300$ N, $a = 0{,}6$ m, $b = 0{,}3$ m, $c = 0{,}6$ m; $F = ?$, $d = ?$

Velikost výslednice $F = F_1 - F_2 + F_3 - F_4 = 400$ N, výslednice má stejný směr jako síly $\boldsymbol{F}_1$ a $\boldsymbol{F}_3$. Pro určení polohy působiště výslednice sil budeme momenty sil vztahovat k ose procházející působištěm síly $\boldsymbol{F}_1$:

$$-F_2 a + F_3(a+b) - F_4(a+b+c) = Fd$$

Odtud

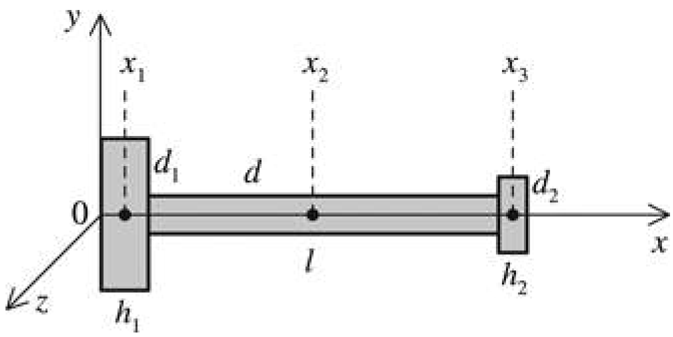
$$d = \frac{-F_2 a + F_3(a+b) - F_4(a+b+c)}{F} = -0{,}3\ \text{m}.$$

Záporné znaménko znamená, že působiště je vlevo od působiště síly $\boldsymbol{F}_1$.

R2.275 $l = 30$ cm, $d = 1$ cm, $d_1 = 6$ cm, $h_1 = 4$ cm, $d_2 = 3$ cm, $h_2 = 2$ cm; $x_T = ?$

Zvolíme souřadnicovou soustavu podle obr. R2-275. Těžiště je na ose souměrnosti, tedy na ose x. Souřadnici těžiště vypočteme podle vztahu

$$x_T = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3}.$$



Obr. R2-275

Souřadnice těžišť jednotlivých útvarů jsou

$$x_1 = \frac{h_1}{2} = 2\ \text{cm},\ x_2 = h_1 + \frac{l}{2} = 19\ \text{cm},\ x_3 = h_1 + l + \frac{h_2}{2} = 35\ \text{cm}.$$

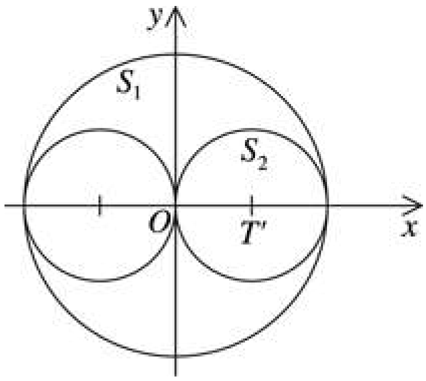
Hustota ρ všech útvarů je stejná, jejich hmotnosti jsou

$$m_1 = \frac{\pi d_1^2 h_1}{4}\rho,\ m_2 = \frac{\pi d^2 l}{4}\rho,\ m_3 = \frac{\pi d_2^2 h_2}{4}\rho.$$

Po dosazení souřadnic a hmotností do vztahu pro souřadnici těžiště a po jednoduché úpravě dostaneme

$$x_T = \frac{d_1^2 h_1 x_1 + d^2 l x_2 + d_2^2 h_2 x_3}{d_1^2 h_1 + d^2 l + d_2^2 h_2} = 7{,}75\,\mathrm{cm}.$$

R2.276 Zavedeme souřadnicový systém s počátkem *O* ve středu desky o poloměru *R* a osu *x* zvolíme tak, aby tvořila osu symetrie (obr. R2-276 [2-29]). Útvar si představíme rozdělený na dva útvary: na desku s dvěma otvory, jejíž těžiště je vzhledem k symetrii v bodě *O*, a na desku o poloměru *R*/2 s těžištěm v bodě *T'*.



Obr. R2-276

Souřadnice těžišť útvarů jsou $x_1 = 0$, $x_2 = R/2$. Označíme-li d tloušťku desky a ρ hustotu materiálu, z něhož je zhotovena, je hmotnost desky se dvěma otvory $m_1 = S_1 d\rho$, hmotnost druhé desky $m_2 = S_2 d\rho$. Obsah plochy menší desky je $S_2 = \pi R^2/4$, obsah desky se dvěma otvory je $S_1 = \pi R^2 - 2S_2 = \pi R^2/2$. Po dosazení za obsahy ploch jsou hmotnosti $m_1 = \pi R^2 d\rho/2$ a $m_2 = \pi R^2 d\rho/4$.

Souřadnici těžiště útvaru vypočteme ze vztahu

$$x_T = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}.$$

Po dosazení za hmotnosti a souřadnice dostáváme $x_T = R/6$.

R2.277 Zvolíme souřadnicový systém s počátkem *O* ve středu koule o poloměru *R* (viz obr. R2-277 [2-29]). Osa *x* je osou symetrie, těžiště tedy leží na této ose. Útvar si představíme rozdělený na kouli se dvěma symetrickými otvory, jejíž těžiště je v počátku souřadnic, tj. $x_1 = 0$, a na kouli o poloměru *R*/2 s těžištěm v jejím středu, tedy $x_2 = R/2$. Hmotnost koule se dvěma otvory je

$$m_1 = V_1\rho = \rho\left(\frac{4}{3}\pi R^3 - 2\frac{4}{3}\pi\frac{R^3}{8}\right) = \pi R^3\rho,$$

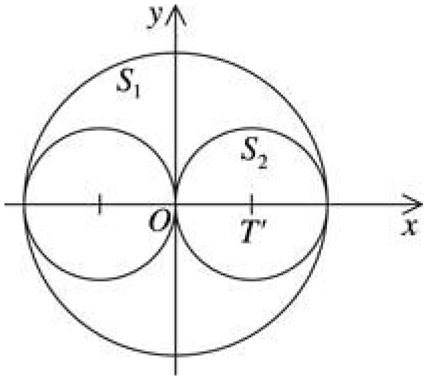
hmotnost koule o poloměru R/2 je

$$m_2 = V_2\rho = \frac{4}{3}\pi\frac{R^3}{8}\rho = \frac{\pi R^3}{6}\rho.$$

Dosadíme-li hmotnosti a souřadnice do vztahu pro těžiště

$$x_T = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2},$$

dostaneme souřadnici těžiště $x_T = R/14$.



Obr. R2-277

R2.278 Útvar rozdělíme na tři trojúhelníky. Zvolíme-li počátek souřadnic ve středu čtverce a osu x jako osu symetrie, jsou souřadnice těžišť trojúhelníků $x_1 = 0$, $x_2 = a/3$, $x_3 = 0$, hmotnosti m všech tří trojúhelníků jsou stejné; souřadnice těžiště útvaru je

$$x_T = \frac{mx_1 + mx_2 + mx_3}{3m} = \frac{a}{9}.$$

R2.279 $a = 1{,}4$ m, $m = 20$ kg, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $W = ?$

$$W = mg\frac{a}{2} = 140\ \mathrm{J}$$

R2.280 Větší stabilitu má železná krychle, protože má větší hmotnost.

R2.281 $m = 88$ kg, $a = 0{,}2$ m, $h = 0{,}8$ m, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $W = ?$

$$\text{a)}\ W = mg\left(\sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{h^2}{4}} - \frac{h}{2}\right) = 11\ \mathrm{J}$$

$$\text{b)}\ W = mg\left(\sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{h^2}{4}} - \frac{a}{2}\right) = 270\ \mathrm{J}$$

R2.282 $m = 5$ kg, $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, $l = 4$ m, $d = 0{,}6$ m; $F = ?$

V bodě závěsu působí tíhová síla $m\boldsymbol{g}$. Tuto sílu rozložíme na složky $\boldsymbol{F}_1$ a $\boldsymbol{F}_2$, které mají vzhledem k symetrii stejnou velikost F. Podle obr. R2-282 [2-32] je velikost síly

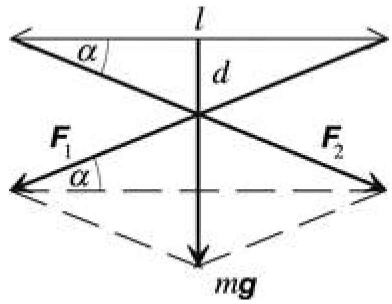
$$F = \frac{mg}{2\sin\alpha}.$$

Pro sinus úhlu α platí

$$\sin\alpha = \frac{d}{\sqrt{\frac{l^2}{4} + d^2}}.$$

Velikost síly je tedy po dosazení a úpravě

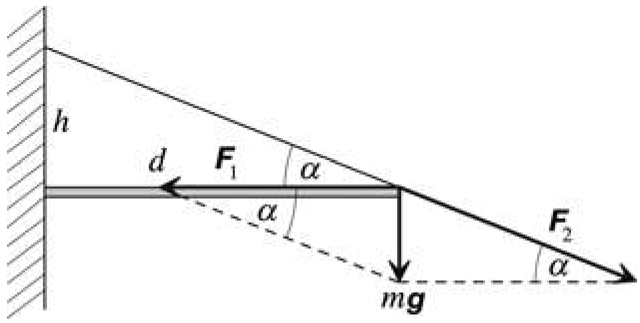
$$F = \frac{mg}{2}\sqrt{\frac{l^2}{4d^2}+1} = 85\ \text{N}.$$



Obr. R2-282

R2.283 m = 3 kg, d = 2,2 m, h = 1,2 m, g = 9,8 m · s^{-2}; F_1 = ?, F_2 = ?

Tíhovou sílu rozložíme na dvě složky podle obr. R2-283.



Obr. R2-283

$$F_1 = \frac{mg}{\operatorname{tg}\alpha} = mg\frac{d}{h} = 54\ \text{N}$$

$$F_2 = \frac{mg}{\sin\alpha} = \frac{mg\sqrt{h^2+d^2}}{h} = 61\ \text{N}$$

R2.284 m = 50 kg, g = 9,8 m · s^{-2}; F_1 = ?, F_2 = ?

Tíhovou sílu rozložíme na dvě složky podle obr. R2-284a, b, c.

a) $F_1 = \dfrac{mg}{\text{tg}\,30°} = mg\sqrt{3} = 850\ \text{N}$

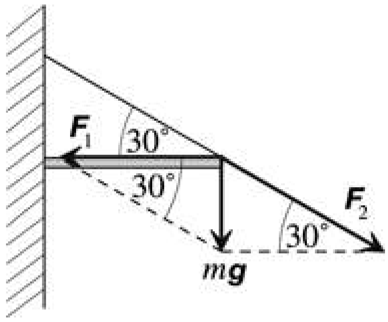
$F_2 = \dfrac{mg}{\sin 30°} = 2mg = 980\ \text{N}$

b) $F_1 = \dfrac{mg}{\sin 30°} = 2mg = 980\ \text{N}$

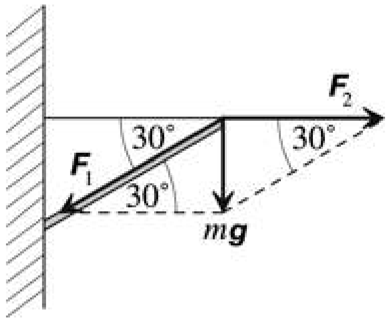
$F_2 = \dfrac{mg}{\text{tg}\,30°} = mg\sqrt{3} = 850\ \text{N}$

c) $F_1 = mg\cos 60° = \dfrac{mg}{2} = 240\ \text{N}$

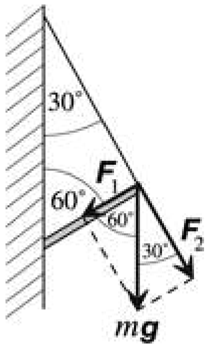
$F_2 = mg\cos 30° = mg\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 420\ \text{N}$



Obr. R2-284a



Obr. R2-284b



Obr.R2-284c

R2.285 $a = 0{,}2$ m, $m = 0{,}1$ kg; $J = ?$

a) Kuliček je celkem 8, každá z nich je ve vzdálenosti r od osy o_1:

$$r = a\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Moment setrvačnosti soustavy vzhledem k této ose je

$J = 8mr^2 = 4ma^2 = 0{,}016\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$.

b) Dvě kuličky jsou na ose o_2, jejich moment setrvačnosti vzhledem k této ose je nulový. Čtyři kuličky jsou ve vzdálenosti a od osy, dvě jsou ve vzdálenosti $a\sqrt{2}$ od osy. Celkový moment setrvačnosti soustavy je

$J = 4ma^2 + 4ma^2 = 8\ ma^2 = 0{,}032\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$.

R2.286 $R = 3$ m, $h = 52$ mm $= 0{,}052$ m, $\rho = 820\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $n = 10$, $m_1 = 70$ kg, $d = 80$ cm $=$ 0,8 m; a) $J_1 = ?$, b) $J = ?$

$$\text{a) } J_1 = \frac{1}{2}mR^2 = \frac{1}{2}\pi R^2 h\rho R^2 = \frac{1}{2}\pi R^4 h\rho = 5\,400\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

$$\text{b) } J_2 = n(R-d)^2 m_1 = 3\,400\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

$$J = J_1 + J_2 = 8\,800\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

R2.287 $m = 2$ kg, $R = 0{,}2$ m, $f = 50$ Hz; a) $E_\text{k} = ?$, b) $f_1 = 30$ Hz, $W = ?$

$$\text{a) } E_\text{k} = \frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2}mR^2 4\pi^2 f^2 = 3\,900\ \text{J} = 3{,}9\ \text{kJ}$$

$$\text{b) } W = \Delta E_\text{k} = E_1 - E_{\text{k}1} = \frac{1}{2}mR^2 4\pi^2\left(f^2 - f_1^2\right) = 2\,500\ \ \text{J} = 2{,}5\ \ \text{kJ}$$

R2.288 $\omega = 7{,}29 \cdot 10^{-5}\ \text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$, $R_\text{Z} = 6{,}37 \cdot 10^6$ m, $M_\text{Z} = 5{,}98 \cdot 10^{24}$ kg,

$v = 29{,}8\ \text{km} \cdot \text{s}^{-1} = 29{,}8 \cdot 10^3\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; a) $J = ?$, b) $E_{\text{k}1} = ?$, c) $E_{\text{k}2} = ?$

$$\text{a) } J = \frac{2}{5}M_Z R_Z^2 = 9{,}71 \cdot 10^{37}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$$

$$\text{b) } E_{\text{k}1} = \frac{1}{2}J\omega^2 = 2{,}58 \cdot 10^{29}\ \text{J}$$

$$\text{c) } E_{\text{k}2} = \frac{1}{2}M_Z v^2 = 2{,}66 \cdot 10^{33}\ \text{J}$$

R2.289 $d = 7{,}62$ mm $= 7{,}62 \cdot 10^{-3}$ m, $m = 10$ g $= 0{,}01$ kg, $v = 800\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, $f = 500$ Hz, $J = 5{,}9 \cdot 10^{-8}\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$; a) $E_{\text{k}1} = ?$, b) $E_{\text{k}2} = ?$

$$\text{a) } E_{\text{k}1} = \frac{1}{2}mv^2 = 3\,200\ \text{J} = 3{,}2\ \text{kJ}$$

$$\text{b) } E_{\text{k}2} = \frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2}J 4\pi^2 f^2 = 0{,}29\ \text{J}$$

Střela se uvádí do rotačního pohybu, aby její osa zachovávala stálý směr a střela se ve vzduchu nepřevracela.

R2.290 m = 58 g = 0,058 kg, r = 3,2 cm = 0,032 m, $J = 4 \cdot 10^{-5}$ kg · m^2, v = 90 km · h^{-1} = 25 m · s^{-1}, f = 10 Hz; a) E_{k1} = ?, b) E_{k2} = ?

a) $E_{k1} = \frac{1}{2}mv^2 = 18\ \text{J}$

b) $E_{k2} = \frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2}J4\pi^2 f^2 = 0{,}079\ \text{J}$

R2.291 f_1 = 25 Hz; f_2 = ?

Moment setrvačnosti válce je

$$J_1 = \frac{1}{2}mR^2,$$

moment setrvačnosti koule je

$$J_2 = \frac{2}{5}mR^2.$$

Kinetické energie mají být stejné ($E_{k1} = E_{k2}$) neboli

$$\frac{1}{2}mR^2 4\pi^2 f_1^2 = \frac{2}{5}mR^2 4\pi^2 f_2^2.$$

Odtud

$$f_2 = f_1\sqrt{\frac{5}{4}} = 28\ \text{Hz}.$$

R2.292 Valivý pohyb je pohyb složený z posuvného pohybu rychlostí v a z otáčivého pohybu kolem osy jdoucí těžištěm úhlovou rychlostí ω. Při valení bez prokluzování platí $\omega = v/R$. Kinetická energie posuvného pohybu je $E_{k1} = mv^2/2$, kinetická energie otáčivého pohybu je $E_{k2} = J\omega^2/2$. Dosadíme-li $J = mR^2/2$ a $\omega = v/R$, je kinetická energie otáčivého pohybu $E_{k2} = mv^2/4$ a celková energie při valivém pohybu je

$$E_k = E_{k1} + E_{k2} = \frac{3}{4}mv^2.$$

Všimněte si, že tato kinetická energie nezávisí na poloměru válce.

R2.293 Nemají; obruč má větší kinetickou energii, neboť má větší moment setrvačnosti.

R2.294 m = 100 kg, J = 8 kg · m^2, ω = 200 rad · s^{-1}; a) E_k = ?, b) v = ?, c) v_1 = ?

a) $E_k = \frac{1}{2}J\omega^2 = 160\,000\ \mathrm{J} = 160\ \mathrm{kJ}$

b) $\frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2}mv^2$

$v = \omega\sqrt{\frac{J}{m}} = 57\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$

c) $\frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{3}{4}mv_1^2$

$v_1 = \omega\sqrt{\frac{2J}{3m}} = 46\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$

R2.295 h = 1,2 m, g = 9,8 m · s^{-2}; v = ?

Vyjdeme ze zákona zachování mechanické energie. Tíhová potenciální energie koule na počátku pohybu je $E_p = mgh$, kinetickou energii valící se koule na konci žlábku můžeme vyjádřit (vzhledem k momentu setrvačnosti koule $J = (2/5)mR^2$) vztahem

$$E_k = \frac{7}{10}mv^2.$$

Odtud

$$v = \sqrt{\frac{10gh}{7}} = 4{,}1\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}.$$

R2.296 $J = 2 \cdot 10^{-7}$ kg · m^2, f = 100 Hz, m = 120 g = 0,120 kg; v = ?

Kinetická energie roztočeného setrvačníku se přemění na kinetickou energii posuvného pohybu autíčka:

$$E_k = \frac{1}{2}J4\pi^2 f^2 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = 2\pi f\sqrt{\frac{J}{m}} \approx 0{,}8\ \mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

R2.297 m = 1,2 kg, J = 0,25 kg · m^2, ω = 15 rad · s^{-1}, g = 9,8 m · s^{-2}; h = ?

Kinetická energie roztočeného kola se přemění v jeho tíhovou potenciální energii:

$$\frac{1}{2}J\omega^2 = mgh \Rightarrow h = \frac{J\omega^2}{2mg} = 2{,}4\ \mathrm{m}$$

R2.298 Ano, dutá kulička má větší moment setrvačnosti, proto má při téže kinetické energii menší rychlost – dospěje na konec nakloněné roviny později než plná kulička.

R2.299 d = 26 cm = 0,26 m, m = 50 kg, v = 0,8 m · s^{-1}, g = 10 m · s^{-2}; a) E_k = ?, b) ξ = 65 mm = 0,065 m; F = ?

a) $E_k = \frac{3}{4}mv^2 = 24\ \mathrm{J}$

b) $\xi\frac{mg}{r} = \xi\frac{2mg}{d} = 245\ \mathrm{N}$

R2.300 m_1 = 200 g = 0,2 kg, m_2 = 20 g = 0,02 kg, n = 4, v = 0,5 m · s^{-1}; E_k = ?

$$E_k = \frac{1}{2}m_1v^2 + n\frac{3}{4}m_2v^2 = 0{,}040\ \mathrm{J}$$

R2.301 R = 0,35 m, J = 0,12 kg · m^2, m = 0,4 kg, h = 2 m, g = 9,8 m · s^{-2}; ω = ?

Závaží klesne o výšku h, úbytek potenciální energie soustavy $\Delta E_p = mgh$. Tento úbytek se rovná přírůstku kinetické energie. Na počátku je soustava v klidu, přírůstek kinetické energie je

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2.$$

Vzhledem k tomu, že

$\omega = v/R$ je $\Delta E_k = \frac{1}{2}mR^2\omega^2 + \frac{1}{2}J\omega^2$,

platí tedy

$$mgh = \frac{1}{2}\omega^2\left(mR^2 + J\right)$$

a odtud

$$\omega = \sqrt{\frac{2mgh}{J + mR^2}} = 9{,}6\ \mathrm{rad \cdot s^{-1}}.$$

R2.302 h = 3,5 m, g = 9,8 m · s^{-2}; v = ?

Vyjdeme ze zákona zachování mechanické energie. Stojící homogenní sloup má těžiště ve výšce $h/2$ (obr. R2-302 [2-37]) a jeho tíhová potenciální energie vzhledem k povrchu země je $E_p = mgh/2$. Pád sloupu je rotací kolem vodorovné osy procházející nejnižším bodem sloupu. Při pádu se mění tíhová potenciální energie sloupu v kinetickou energii otáčivého pohybu $E_k = J\omega^2/2$. Moment setrvačnosti sloupu vzhledem k ose otáčení je $J = mh^2/3$, kinetická energie při dopadu na zem je tedy $E_k = mh^2\omega^2/6$. Podle zákona zachování mechanické energie je $E_p = E_k$, tedy

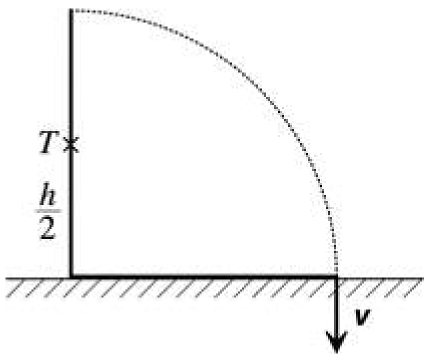
$$\frac{1}{2}mgh = \frac{1}{6}mh^2\omega^2$$

a odtud úhlová rychlost sloupu v okamžiku dopadu na zem je

$$\omega = \sqrt{\frac{3g}{h}}.$$

Koncový bod sloupu opisuje kružnici o poloměru h, velikost jeho rychlosti je

$$v = h\omega\sqrt{3gh} = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}.$$



Obr. R2-302

R2.303 m = 1 kg, l = 1 m, g = 9,8 m · s^{-2}; v = ?, F = ?

Úbytek tíhové potenciální energie $\Delta E_p = mgl$, přírůstek kinetické energie je

$$\Delta E_k = \frac{1}{2}J\omega^2,\ \text{kde}\ J = \frac{1}{3}ml^2.$$

Ze zákona zachování mechanické energie $\Delta E_p = \Delta E_k$ vyplývá

$$mgl = \frac{1}{6}ml^2\omega^2.$$

Úhlová rychlost je

$$\omega = \sqrt{\frac{6g}{l}}$$

a rychlost koncového bodu tyče

$$v = \omega l = \sqrt{6gl} = 7{,}7\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Při průchodu nejnižší polohou působí v těžišti tyče dvě síly: tíhová síla $F_G = mg$ a odstředivá setrvačná síla

$$F_s = m\omega^2\frac{l}{2} = 3mg.$$

Osa tyče je namáhána součtem těchto sil, tedy silou o velikosti $F = 4mg$ = 39 N.

R2.304 V nejvyšším bodě válcové smyčky musí být setrvačná odstředivá síla alespoň rovna tíhové síle. Těžiště disku se pohybuje po kružnici o poloměru $R - r$, pro nejmenší rychlost tedy platí

$$\frac{mv^2}{R-r} = mg.$$

Podle zákona zachování mechanické energie je úbytek tíhové potenciální energie rovný přírůstku kinetické energie valícího se disku, $\Delta E_p = \Delta E_k$; po dosazení

$$mg(h - 2R + r) = \frac{3}{4}mv^2.$$

Z rovnice pro rovnost tíhové a setrvačné síly vyjádříme

$$mv^2 = mg(R-r),$$

dosazením do zákona zachování mechanické energie dostaneme

$$mg(h-2R+r) = \frac{3}{4}mg(R-r).$$

Po úpravě dostaneme pro nejmenší výšku středu disku, z níž musí být vypuštěn,

$$h = \frac{1}{4}(11R-7r).$$

R2.305 Aby disk zachovával svou rovinu a ve vzduchu se nepřevracel.

R2.306 K utlumení výkyvů lodi při vlnobití.

R2.307 Např. ke zvýšení rovnoměrnosti chodu strojů, ke konstrukci některých palubních leteckých přístrojů (např. tzv. umělého horizontu nebo zatáčkoměru), k pohánění některých mechanických hraček; i Hubbleův teleskop je vybaven velkými setrvačníky, které umožňují definovat jeho orientaci v kosmickém prostoru.

2.6 Mechanika tekutin

R2.308 Ideální kapalina je zcela nestlačitelná a dokonale tekutá. Reálné kapaliny jsou vždy poněkud stlačitelné a existuje v nich vnitřní tření.

R2.309 S = 25 cm^2 = 25 · 10^{-4} m^2, F = 30 N; p = ?

$$p = \frac{F}{S} = 12\,000 \text{ Pa} = 12 \text{ kPa}$$

R2.310 d = 2,4 cm = 2,4 · 10^{-2} m, F = 20 N; p = ?

$$p = \frac{F}{S} = \frac{4F}{\pi d^2} = 44 \cdot 10^3 \text{ pa} = 44 \text{ kPa}$$

R2.311 S = 8 cm^2 = 8 · 10^{-4} m^2, p = 50 kPa = 50 · 10^3 Pa; F = ?

$F = pS$ = 40 N

R2.312 p = 500 kPa = 5 · 10^5 Pa; F = ?, a) S = 1 cm^2 = 1 · 10^{-4} m^2, b) S = 1 dm^2 = 1 · 10^{-2} m^2.

$F = pS$

a) F = 50 N

b) F = 5 000 N = 5 kN

R2.313 p = 100 kPa = 5 · 10^5 Pa, a = 1 cm = 1 · 10^{-2} m; a) F_1 = ?, b) F = ?

a) $F_1 = pS = pa^2 = 10$ N, b) výslednice tlakových sil je nulová, na každé dvě protilehlé stěny působí stejně velké síly opačného směru.

R2.314 Voda vystřikuje kolmo ke stěně hadice, neboť tlaková síla je vždy kolmá ke stěně.

R2.315 Ano, neboť jde o tlak vyvolaný vnější silou.

R2.316 $S_1 = 25\ \mathrm{cm}^2 = 25 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^2$, $F_1 = 100$ N; a) $p = ?$, b) $S_2 = 1\,000\ \mathrm{cm}^2 = 0{,}1\ \mathrm{m}^2$, $F_2 = ?$, c) $s_1 = 8\ \mathrm{cm} = 8 \cdot 10^{-2}$ m, $s_2 = ?$

a) $p = \dfrac{F_1}{S} = 4 \cdot 10^4\ \mathrm{Pa} = 40\ \mathrm{kPa}$

b) $F_2 = \dfrac{F_1}{S_1} S_2 = 4\,000\ \mathrm{N} = 4\ \mathrm{kN}$

c) $S_1 s_1 = S_2 s_2 \Rightarrow s_2 = \dfrac{S_1}{S_2} s_1 = 2 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} = 2\ \mathrm{mm}$

R2.317 $d_1 = 3$ cm, $d_2 = 15$ cm, $m_2 = 200$ kg, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $F_1 = ?$

$$S_1 = \frac{\pi d_1^2}{4}, S_2 \frac{\pi d_2^2}{4}, F_2 = mg, F_1 = F_2 \frac{S_1}{S} = mg \frac{d_1^2}{d_2^2} = 78\ \mathrm{N}.$$

R2.318 $h = 10$ m, $\rho = 1\,000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $p = ?$

$p = h\rho g = 1 \cdot 10^5\ \mathrm{Pa} = 100\ \mathrm{kPa}$

R2.319 $h = 28$ m, $\rho = 1\,000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; a) $p = ?$, b) $S = 1\ \mathrm{cm}^2 = 1 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^2$; $F = ?$

a) $p = h\rho g = 280\,000\ \mathrm{Pa} = 280\ \mathrm{kPa}$

b) $F = pS = 28$ N

R2.320 $h = 11\,034$ m, $\rho = 1\,020\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, $g = 9{,}8\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; a) $p = ?$, b) $S = 1\ \mathrm{cm}^2 = 1 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m}^2$, $F = ?$

a) $p = h\rho g = 1{,}103 \cdot 10^8\ \mathrm{Pa} = 110{,}3\ \mathrm{MPa}$, b) $F = pS = 11\,030\ \mathrm{N} = 11{,}03\ \mathrm{kN}$.

R2.321 a) Ve všech nádobách působí na dno stejná tlaková síla, b) v nádobě B, která má svislé stěny.

R2.322 $h_1 = 27$ cm, $h_2 = 30$ cm, $\rho_1 = 1\,000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$; $\rho_2 = ?$

Hydrostatické tlaky v rovině společného rozhraní jsou stejné, $h_1\rho_1 g = h_2\rho_2 g$, odtud

$$\rho_2 = \rho_1 \frac{h_1}{h_2} = 900\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}.$$

R2.323 $\rho_1 = 13\,600\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, $\rho_2 = 1\,000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, $h_1 = 2$ cm; $h_2 = ?$

$$h_2 = h_1 \frac{\rho_1}{\rho_2} = 27\ \mathrm{cm}$$

R2.324 p = 1 000 hPa = $1 \cdot 10^5$ Pa, ρ_1 = 1 000 kg · m^{-3}, ρ_2 = 13 600 kg · m^{-3}, g = 10 m · s^{-2}; h_1 = ?, h_2 = ?

$$h_1 = \frac{p}{\rho_1 g} = 10\ \mathrm{m}$$

$$h_2 = \frac{p}{\rho_2 g} = 0{,}75\ \mathrm{m} = 75\ \mathrm{cm}$$

R2.325 p = 1,013 25 · 10^5 Pa, g = 9,8 m · s^{-2}, ρ = 13 600 kg · m^{-3}; h = ?

$$h = \frac{p}{\rho g} = 0{,}760\ \mathrm{m}$$

R2.326 h = 737 mm = 0,737 m, ρ = 13 600 kg · m^{-3}, g = 9,8 m · s^{-2}; p = ?

$p = h\rho g = 9{,}82 \cdot 10^4$ Pa = 982 hPa

R2.327 h = 20 cm = 0,2 m, S = 30 cm^2 = $3 \cdot 10^{-3}$ m^2, $p_a = 10^5$ Pa; F = ?

Na spodní plochu papíru působí směrem vzhůru atmosférická tlaková síla $\boldsymbol{F}_a$ o velikosti $F_a = p_a S$, na horní plochu papíru směrem dolů hydrostatická tlaková síla $\boldsymbol{F}_h$ vodního sloupce o velikosti $F_h = p_h S = \rho h g S$.

Protože po převrácení válce voda nevyteče, usuzujeme, že atmosférická tlaková síla je větší než hydrostatická tlaková síla vodního sloupce. Velikost síly F, kterou je list papíru přitlačován k válci, určíme jako výslednici obou sil

$$F = F_a - F_h = p_a S - \rho h g S = (p_a - \rho h g)S.$$

Pro dané hodnoty a pro $\rho = 10^3$ kg · m^{-3}, g = 10 m · s^{-2} jsou síly F_a = 300 N, F_h = 6 N a výslednice sil F = 294 N. Vidíme, že atmosférická tlaková síla je mnohem větší než hydrostatická tlaková síla vodního sloupce. Při opatrném provedení pokusu lze dokonce pozorovat prohnutí papíru směrem dovnitř válce.

R2.328 Uzavřeme-li horní otvor pipety, je kapalina uvnitř držena vlivem atmosférického tlaku, který je větší než hydrostatický tlak vody v pipetě.

R2.329 $p = 1 \cdot 10^5$ Pa, ρ = 1 000 kg · m^{-3}, g = 9,8 m · s^{-2}; h = ?

$$h = \frac{p}{\rho g} \approx 10\ \mathrm{m}$$

R2.330 $p = 1{,}013 \cdot 10^5$ Pa, d = 3 cm = 0,03 m; F = ?

$$F = pS = p\frac{\pi d^2}{4} \approx 72\ \mathrm{N}$$

R2.331 a = 10 cm = 0,1 m, g = 10 m · s^{-2}, a) ρ = 1 000 kg · m^{-3}, b) ρ = 900 kg · m^{-3},

c) $\rho = 1\,200\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $F_{vz} = ?$

$F_{vz} = V\rho g$; a) $F_{vz} = 10$ N, b) $F_{vz} = 9$ N, c) $F_{vz} = 12$ N.

R2.332 Na závaží z hliníku, které má při stejné hmotnosti větší objem než závaží z mosazi, neboť má menší hustotu. Vztlaková síla je přímo úměrná objemu ponořeného tělesa.

R2.333 Na závaží ponořené do vody, neboť voda má větší hustotu než líh. Vztlaková síla je přímo úměrná hustotě kapaliny, do níž je těleso ponořeno.

R2.334 Rovněž 20 N; vztlaková síla nezávisí na hloubce, do níž je těleso ponořeno.

R2.335 $F_{vz} = 30$ N, $g_M = g/6$, $g_J = 2{,}6g$; a) $F_M = ?$, b) $F_J = ?$

$$F_{vz} = V\rho g$$

$$\text{a) } F_M = V\rho g_M = \frac{V\rho g}{6} = \frac{1}{6} F_{vz} = 5\ \text{N}$$

$$\text{b) } F_J = V\rho g_J = 2{,}6 V\rho g = 2{,}6 F_{vz} = 78\ \text{N}$$

R2.336 $m = 10$ kg, $V = 4\ \text{dm}^3 = 0{,}004\ \text{m}^3$, $\rho = 1\,000\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$, $g = 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; $F = ?$

$F = mg - F_{vz} = mg - V\rho g = 60$ N; na vzduchu zvedáme kámen silou $F_G = mg = 100$ N.

R2.337 $F_1 = 32$ N, $F_2 = 52$ N, $\rho_0 = 1\,000\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$; $\rho = ?$

Na kámen ponořený ve vodě působí vztlaková síla o velikosti $F_{vz} = F_2 - F_1$.

Podle Archimedova zákona je velikost vztlakové síly působící na těleso zcela ponořené do vody o hustotě ρ_0 dána vztahem

$F_{vz} = \rho_0 V g$,

kde V je objem tělesa. Dosadíme-li za objem $V = m/\rho$, kde m je hmotnost tělesa a ρ jeho hustota, dostaneme

$$F_{vz} = mg\frac{\rho_0}{\rho} = F_2\frac{\rho_0}{\rho}.$$

Porovnáme-li oba vztahy pro velikost vztlakové síly, máme

$$F_2 - F_1 = F_2\frac{\rho_0}{\rho}.$$

Odtud po úpravě je hledaná hustota

$$\rho = \frac{F_2\rho_0}{F_2 - F_1} = 2\,600\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}.$$

R2.338 $m = 26{,}8\ \text{g} = 26{,}8 \cdot 10^{-3}$ kg, $m_1 = 16{,}9\ \text{g} = 16{,}9 \cdot 10^{-3}$ kg, $g = 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$,
$\rho = 1\,000\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$; a) $\rho_1 = ?$, b) $V = ?$

a) $F_{vz} = V\rho g,\ V = \dfrac{m}{\rho_1},\ F_{vz} = \dfrac{m}{\rho_1}\rho g,\ F = mg - F_{vz} = mg\left(1 - \dfrac{\rho}{\rho_1}\right).$

Sílu F můžeme také vyjádřit vztahem $F = m_1 g$. Porovnáním obou vztahů pro sílu F dostaneme

$$m_1 g = mg\left(1 - \frac{\rho}{\rho_1}\right)$$

a odtud hustota klíče:

$$\rho_1 = \frac{\rho m}{m - m_1} = 2\,700\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}.$$

b) Objem klíče $V = \dfrac{m}{\rho_1} = 9{,}9 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m^3} = 9{,}9\ \mathrm{cm^3}.$

R2.339 $m = 10$ kg, $\rho = 800\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, $F = 40$ N; $V = ?$

$$F = mg - F_{vz} = mg - V\rho g \Rightarrow V = \frac{mg - F}{\rho g} = 0{,}007\,5\ \mathrm{m^3} = 7{,}5\ \mathrm{dm^3}$$

R2.340 $m = 1\ \mathrm{g} = 1 \cdot 10^{-3}$ kg, $m_1 = 0{,}92\ \mathrm{g} = 0{,}92 \cdot 10^{-3}$ kg, $\rho = 1\,000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$; $\rho_1 = ?$

Hustota zlata $\rho_z = 19\,300\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$. Zjistit, zda je prsten z čistého zlata, můžeme pomocí jeho hustoty ρ_1. Při vyvážení prstenu ponořeného do vody platí

$$m_1 g = mg - mg\frac{\rho}{\rho_1}.$$

Odtud hustota prstenu

$$\rho_1 = \frac{\rho m}{m - m_1} = 12\,500\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}.$$

Prsten tedy není z čistého zlata. Můžeme to ověřit také pomocí objemů. Objem prstenu je:

$$V = \frac{m}{\rho_1} = 8 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m^3} = 0{,}08\ \mathrm{cm^3}.$$

Kdyby byl z čistého zlata, měl by objem

$$V_z = \frac{m}{\rho_z} = 5{,}2 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m^3} = 0{,}052\ \mathrm{cm^3}.$$

R2.341 $m = 10\ \mathrm{t} = 10 \cdot 10^3$ kg, $h = 5\ \mathrm{cm} = 5 \cdot 10^{-2}$ m, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, $\rho = 1\,000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$; $S = ?$

$$mg = Sh\rho g \Rightarrow \frac{m}{hg} = 200\ \mathrm{m^2}$$

R2.342 $m = 50$ kg, $h = 3$ m, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$, $\rho = 1\,000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, a) $\rho_1 = 1\,050\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$,
b) $\rho_1 = 1\,000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$; $F = ?$

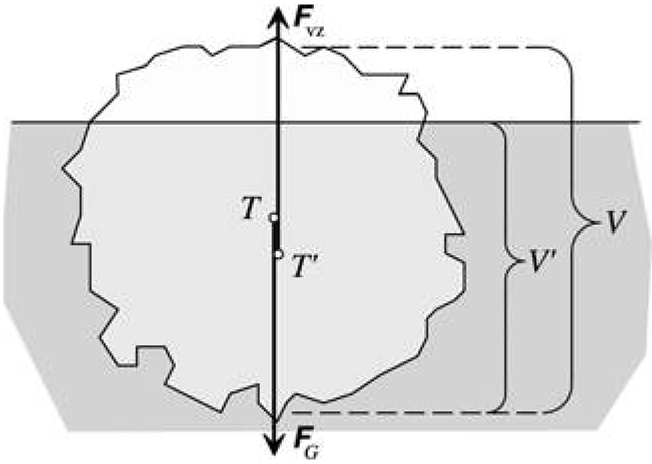
$$F = mg - F_{vz} = mg - mg\frac{\rho}{\rho_1} = mg\left(1 - \frac{\rho}{\rho_1}\right)$$

a) F = 24 N

b) F = 0 N – hustota plavce je stejná jako hustota vody. Na hloubce, do níž je plavec ponořen, tlaková síla nezávisí.

R2.343 $\rho_1 = 920\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, $\rho_2 = 1\,020\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$; V'/V = ?

Na ledovec působí dvě síly (obr. R–343 [2-41]): ve směru svislém dolů tíhová síla $\boldsymbol{F}_G$ o velikosti $F_G = \rho_1 Vg$, ve směru svislém vzhůru vztlaková síla $\boldsymbol{F}_{vz}$ o velikosti $F_{vz} = \rho_2 V'g$. Působiště tíhové síly $\boldsymbol{F}_G$ je nakresleno v těžišti T ledovce, působiště vztlakové síly $\boldsymbol{F}_{vz}$ v těžišti T' ponořené části ledovce.



Obr. R2-343

Je-li ledovec v klidu, je výslednice obou sil nulová. Proto $F_G = F_{vz}$, neboli

$\rho_1 Vg = \rho_2 V'g$.

Odtud poměr objemů ponořené části a celého ledovce

$$\frac{V'}{V} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$$

a pro dané hodnoty $V'/V = 0{,}9$. Pod mořskou hladinou zůstává tedy skryto 9/10 celkového objemu ledovce.

R2.344 $\rho = 1\,000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, $\rho_1 = 920\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, $m = 96$ kg, $S = 4\ \mathrm{m^2}$; d = ?

Předpokládáme, že horní plocha kry leží ve vodní hladině, kra je tedy celá ponořena, těleso je celé nad hladinou. Pak

$mg + Sd\rho_1 g = Sd\rho g$, odtud tloušťka kry

$$d = \frac{m}{S(\rho - \rho_1)} = 0{,}3\ \mathrm{m} = 30\ \mathrm{cm}.$$

R2.345

$V_1 = \frac{3}{5}V$, $V_2 = \frac{3}{4}V$, $\rho_1 = 1000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$; a) $\rho = ?$, b) $\rho_2 = ?$

a) $V\rho g = \frac{3}{5}V\rho_1 g, \quad \rho = \frac{3}{5}\rho_1 = 600\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$

b) $V\rho g = \frac{3}{4}V\rho_2 g \quad \rho_2 = \frac{4}{3}\rho = 800\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$

R2.346 $V = 15\ \mathrm{dm^3} = 15 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^3}$, $\rho = 1\,000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, $\rho_1 = 600\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $F = ?$

$F = V\rho g - V\rho_1 g = Vg(\rho - \rho_1) = 60\ \mathrm{N}$

R2.347 V beztížném stavu zůstane zátka na místě, v němž jsme ji uvolnili. Archimedův zákon zde neplatí, tíhová i vztlaková síla jsou nulové.

R2.348 $d = 10\ \mathrm{cm} = 0{,}1\ \mathrm{m}$, $V_1 = V/2$, $\rho = 1\,000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$; $m = ?$

$mg = V_1\rho g, \quad m = \frac{V}{2}\rho$

$V = \frac{4}{3}\pi\frac{d^3}{8} = \frac{\pi d^3}{6}$

$m = \frac{\pi d^3}{12}\rho = 0{,}26\ \mathrm{kg} = 260\ \mathrm{g}$

R2.349 $d = 10\ \mathrm{cm} = 0{,}1\ \mathrm{m}$, $m = 0{,}5\ \mathrm{kg}$, $\rho_1 = 1\,000\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$; a) $\rho = ?$, b) $m_1 = ?$

a) $\rho = \frac{m}{V} = \frac{6m}{\pi d^3} = 955\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$

b) $\rho_1 = \frac{6(m + m_1)}{\pi d^3} \Rightarrow m_1 = \frac{\pi d^3 \rho_1}{6} - m = 2{,}4 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{kg} = 24\ \mathrm{g}$

R2.350 $S = 80\ \mathrm{m^2}$, $v = 3\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $Q_V = ?$

$Q_V = Sv = 240\ \mathrm{m^3 \cdot s^{-1}}$

R2.351 $S = 30\ \mathrm{cm^2} = 3 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^2}$, $v = 0{,}5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; a) $Q_V = ?$, b) $t = 1\ \mathrm{min} = 60\ \mathrm{s}$; $V = ?$

a) $Q_V = Sv = 1{,}5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^3 \cdot s^{-1}}$ = 1,5 litru za sekundu,

b) $V = Q_V t = Svt = 0{,}09\ \mathrm{m^3}$ = 90 litrů.

R2.352 $S = 50\ \mathrm{cm^2} = 5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^2}$, $t = 5\ \mathrm{min} = 300\ \mathrm{s}$, $V = 1\,500$ litrů $= 1{,}5\ \mathrm{m^3}$; a) $Q_V = ?$, b) $v = ?$

a) $Q_V = V/t = 0{,}005\ \mathrm{m^3 \cdot s^{-1}}$ = 5 litrů za sekundu,

b) $v = V/St = 1\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$.

R2.353 $S_1 = 120\ \mathrm{cm^2}$, $S_2 = 20\ \mathrm{cm^2}$, $v_1 = 0{,}5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $v_2 = ?$

$$v_2 = \frac{S_1 v_1}{S_2} = 3\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

R2.354 V zúžené části trubice je podle rovnice kontinuity rychlost proudící vody větší.

R2.355 $d_1 = 4$ cm $= 4 \cdot 10^{-2}$ m, $d_2 = 1$ cm $= 1 \cdot 10^{-2}$ m; a) $v_1 = 0{,}5$ m $\cdot$ s^{-1}; $v_2 = ?$,
b) $v_2 = 20$ m $\cdot$ s^{-1}; $v_1 = ?$

Rovnici kontinuity $S_1v_1 = S_2v_2$ zapíšeme pomocí průměrů:

$$\frac{\pi d_1^2}{4} v_1 = \frac{\pi d_2^2}{4} v_2, \text{ odtud}$$

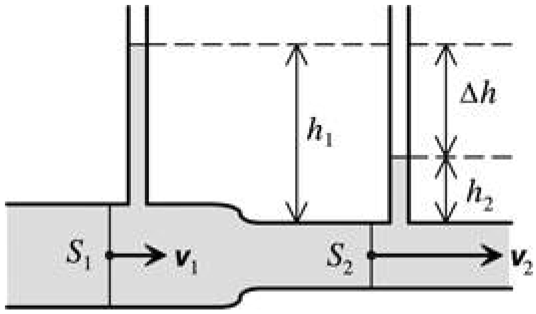
$$\text{a)}\ v_2 = \frac{d_1^2}{d_2^2} v_1 = 8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}},$$

$$\text{b)}\ v_1 = \frac{d_2^2}{d_1^2} v_2 = 1{,}25\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}.$$

R2.356 $S_1 = 30$ cm$^2 = 3 \cdot 10^{-3}$ m^2, $S_2 = 10$ cm$^2 = 10^{-3}$ m^2, $\Delta h = 40$ cm $= 0{,}4$ m; $v_1 = ?$, $v_2 = ?$

Průřezem potrubí o obsahu S_1 proudí voda rychlostí v_1, průřezem o obsahu S_2 rychlostí v_2 (obr. R2-356 [2-42]). Při ustáleném proudění ideální kapaliny platí Bernoulliho rovnice

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + p_2.$$



Obr. R2-356

Odtud rozdíl tlaků v obou částech potrubí

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right),$$

kde $p_1 = \rho h_1 g$ je tlak v širší části potrubí a $p_2 = \rho h_2 g$ tlak v jeho užší části. Vyjádříme-li rozdíl tlaků vztahem

$$p_1 - p_2 = \rho g\left(h_1 - h_2\right) = \rho g \Delta h,$$

kde Δh je rozdíl hladin v manometrických trubicích, dostaneme

$$\rho g \Delta h = \frac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right).$$

Nyní dosadíme z rovnice kontinuity rychlost $v_2 = v_1 S_1 / S_2$ a dostaneme

$$\rho g\Delta h = \frac{1}{2}\rho v_1^2\left(\frac{S_1^2}{S_2^2}-1\right).$$

Odtud pak velikost rychlosti v širší části potrubí

$$v_1 = S_2\sqrt{\frac{2\Delta hg}{S_1^2 - S_2^2}} = 1\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

a velikost rychlosti v užší části potrubí

$$v_2 = S_1\sqrt{\frac{2\Delta hg}{S_1^2 - S_2^2}} = 3\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}.$$

R2.357 S_1 = 50 cm^2 = 5 · 10^{-3} m^2, S_2 = 15 cm^2 = 1,5 · 10^{-3} m^2, v_1 = 3 m · s^{-1}, p_1 = 85 kPa = 85 · 10^3 Pa;

v_2 = ?, p_2 = ?

Z rovnice kontinuity určíme rychlost

$$v_2 = \frac{S_1 v_1}{S_2} = 10\,\mathrm{m\cdot s^{-1}},$$

z Bernoulliovy rovnice vypočteme tlak

$$p_2 = p_1 - \frac{1}{2}\rho\left(v_2^2 - v_1^2\right) = 40\,000\ \mathrm{Pa} = 40\ \mathrm{kPa}.$$

R2.358 V zúženém místě mezi loďkami proudí voda rychleji a podle Bernoulliovy rovnice má menší tlak než voda v okolí.

R2.359 Listy papíru se k sobě přiblíží. V proudícím vzduchu mezi listy papíru je menší tlak než atmosférický tlak působící na listy z vnějších stran.

R2.360 a) h = 20 cm = 0,2 m, b) h = 80 cm = 0,8 m, g = 10 m · s^{-2}; v = ?

Výtoková rychlost z otvoru v hloubce h pod hladinou vody v otevřené nádobě je

$$v = \sqrt{2hg}.$$

a) v = 2 m · s^{-1}

b) v = 4 m · s^{-1}

R2.361 h = 20 m, g = 10 m · s^{-2}; v = ?

$$h = \sqrt{2hg} = 20\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}.$$

R2.362 h_1 = 80 cm = 0,8 m, h_2 = 20 cm = 0,2 m, g = 10 m · s^{-2}; a) v = ?, b) x = ?

a) Výtoková rychlost vody

$v = \sqrt{2h_1 g} = 4\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}.$

b) Voda tryská z otvoru nádoby ve vodorovném směru, jde tedy o vodorovný vrh. Délka vrhu

$$x = vt = v\sqrt{\frac{2h_2}{g}} = \sqrt{4h_1h_2} = 0{,}8\ \mathrm{m} = 80\ \mathrm{cm}.$$

R2.363 $Q_V = 0{,}5\ \mathrm{l \cdot s^{-1}} = 5 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m^3 \cdot s^{-1}}$, $S = 2\ \mathrm{cm^2} = 2 \cdot 10^{-4}\ \mathrm{m^2}$, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $h = ?$

$$Q_V = Sv = S\sqrt{2hg} \Rightarrow h = \frac{Q_V^2}{2gS^2} = 0{,}31\ \mathrm{m} = 31\ \mathrm{cm}$$

R2.364 $v = 90\ \mathrm{km \cdot h^{-1}} = 25\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $C = 0{,}3$, $S = 2\ \mathrm{m^2}$, $\rho = 1{,}3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$; $F = ?$

$$F = \frac{1}{2}C\rho S v^2 = 244\ \mathrm{N}$$

R2.365 $r = 1\ \mathrm{cm} = 0{,}01\ \mathrm{m}$, $v = 40\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $C = 0{,}48$, $\rho = 1{,}3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$; $F = ?$

$$F = \frac{1}{2}C\rho S v^2 = \frac{1}{2}C\rho\pi r^2 v^2 = 0{,}16\ \mathrm{N}$$

R2.366 $m = 75\ \mathrm{kg}$, $d = 9\ \mathrm{m}$, $C = 1{,}2$, $\rho = 1{,}3\ \mathrm{kg \cdot m^{-3}}$, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$; $v = ?$

Při ustálené rychlosti, tj. rovnoměrném pohybu výsadkáře, je výslednice sil, které na něho působí, nulová. Odporová síla je tedy rovna tíhové síle

$$mg = \frac{1}{2}C\rho S v^2 = \frac{1}{2}C\rho\frac{\pi d^2}{4}v^2 = \frac{1}{8}C\rho\pi d^2 v^2 \text{ a odtud } v = \sqrt{\frac{8mg}{C\rho\pi d^2}} = 3{,}9\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}.$$