3 Mechanika II

3.1 Práce a energie

3.1.1 Mechanická práce

Pokud těleso A působí na těleso B silou a současně jej posouvá po určité dráze mechanickým pohybem, říkáme, že těleso A koná mechanickou práci. Vykonaná mechanická práce *W* je rovna skalárnímu součinu síly ***F*** a vektoru posunutí ***d***. Je-li těleso schopné konat mechanickou práci, říkáme, že má **mechanickou energii**. Mechanickou energii dělíme na energii **kinetickou** (pohybovou) a energii **potenciální** (polohovou).

3.1.2 Kinetická energie

Kinetickou energii má těleso, které se vůči určité vztažné soustavě pohybuje rychlostí *v* Kinetickou energii určíme ze vztahu

.

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

3.1.3 Potenciální energie gravitační

Potenciální energie souvisí se vzájemným působením těles a její druh závisí na druhu silového působení. Pro jednoduchost (není-li nadmořská výška velká) uvažujeme, že gravitační zrychlení má všude stejnou hodnotu g = 9.78 m.s^{-2}, tj. že gravitační pole Země je homogenní. V tom případě má každý hmotný bod tíhovou potenciální energii:

$$E_p = m \cdot g \cdot h$$

kde *h* je výška hmotného bodu nad vodorovnou rovinou, na které má hmotný bod nulovou potenciální energii.

Často počítáme rozdíl dvou různých potenciálních energií, proto nezáleží na tom, o kterém místě budeme říkat, že má nulovou potenciální energii: ve výše uvedeném vztahu můžeme uvažovat, že nulová potenciální energie bude u hladiny moře, a pak *h* znamená nadmořskou výšku. Ale stejně tak dobře můžeme uvažovat nulovou potenciální energii na podlaze, v rovině laboratorního stolu atd.

Uvažujeme-li nehomogenní, radiální gravitační pole Země či jiného hmotného bodu jako v předchozí kapitole, pak pro vzájemnou potenciální energii dvou hmotných bodů dostáváme vztah

$$E_{p12} = -\kappa \frac{m_1 m_2}{r}$$

V tomto případě uvažujeme, že nulová potenciální energie je při nekonečné vzdálenosti obou hmotných bodů a v konečné vzdálenosti že je záporná.

3.1.4 Zákon zachování mechanické energie

V izolované soustavě je přírůstek jednoho druhu mechanické energie spojen s úbytkem jiného druhu energie. Často v příkladech počítáme s tím, že *součet kinetické a potenciální energie tělesa je konstantní* a vyjadřuje *celkovou* mechanickou energii tělesa.

3.1.5 Výkon

Je-li práce W vykonána za čas Δt, veličina

$$P=\frac{W}{\Delta t}$$

se nazývá **výkon**. Její jednotkou je watt (W). Pro konání práce konstantní silou během rovnoměrného pohybu platí

.

$$P=\frac{W}{\Delta t}=\frac{F\cdot s}{\Delta t}=F\cdot v$$

Při stálém výkonu znamená snížení rychlosti zvětšení působící síly.

3.1.6 Účinnost

Účinností η zařízení rozumíme podíl vykonané práce (W) a vložené energie (E)

.

$$\eta=\frac{W}{E}$$

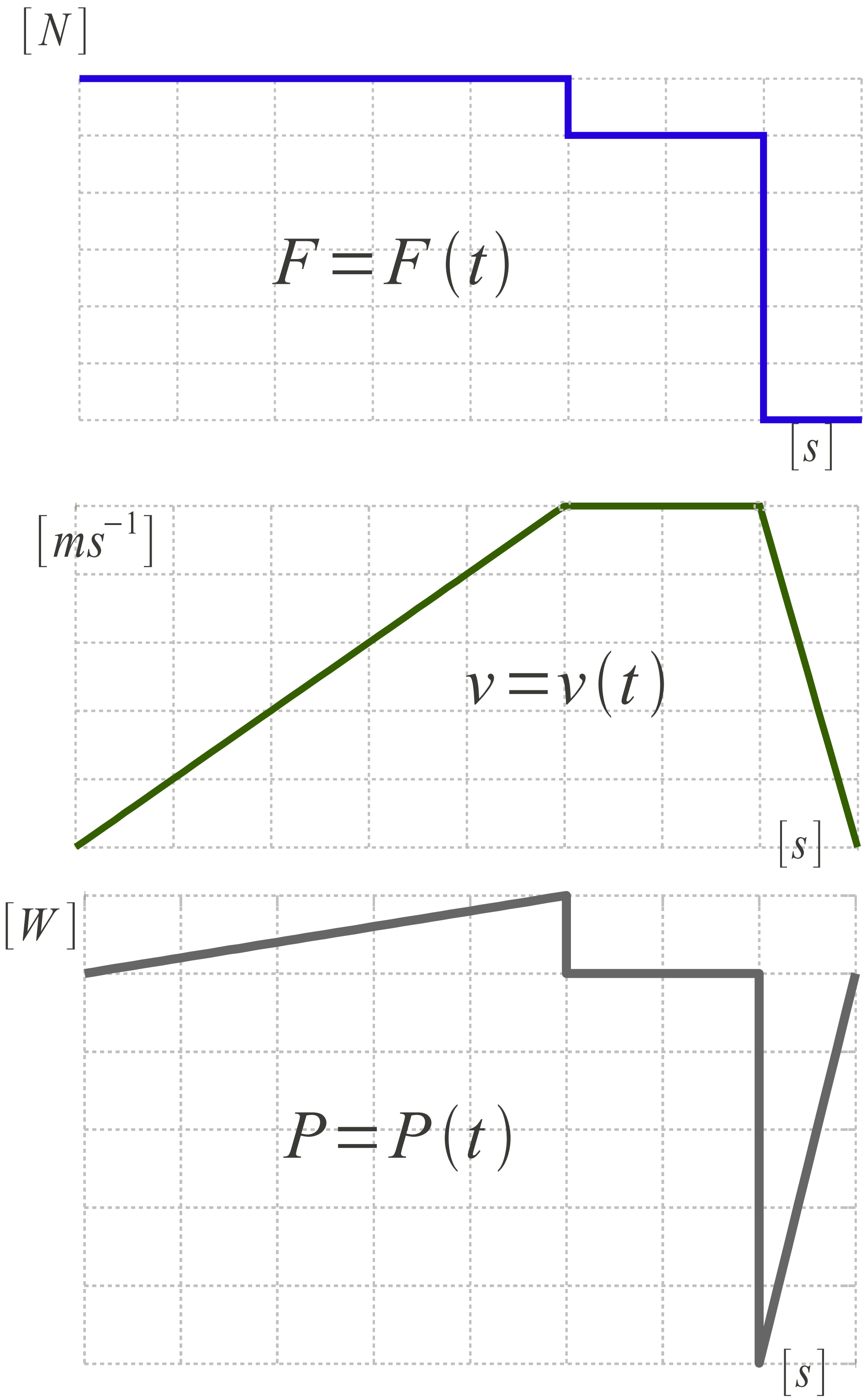
V případě, že je energie přiváděna kontinuálně a stejně tak i práce je vykonávána kontinuálně, pak za určitý časový úsek Δt platí:

$$\eta=\frac{W}{E}=\frac{P\cdot\Delta t}{P_0\cdot\Delta t}=\frac{P}{P_0}$$

V tom případě lze účinnost η vyjádřit jako podíl výkonu (P) a příkonu (P_0).

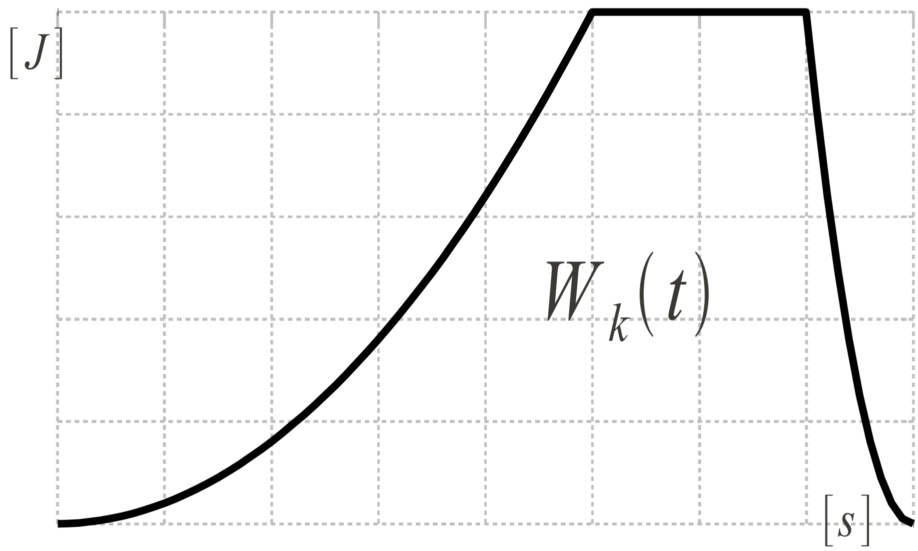
Ilustrace: Výkon je skalárním součinem síly a rychlosti:

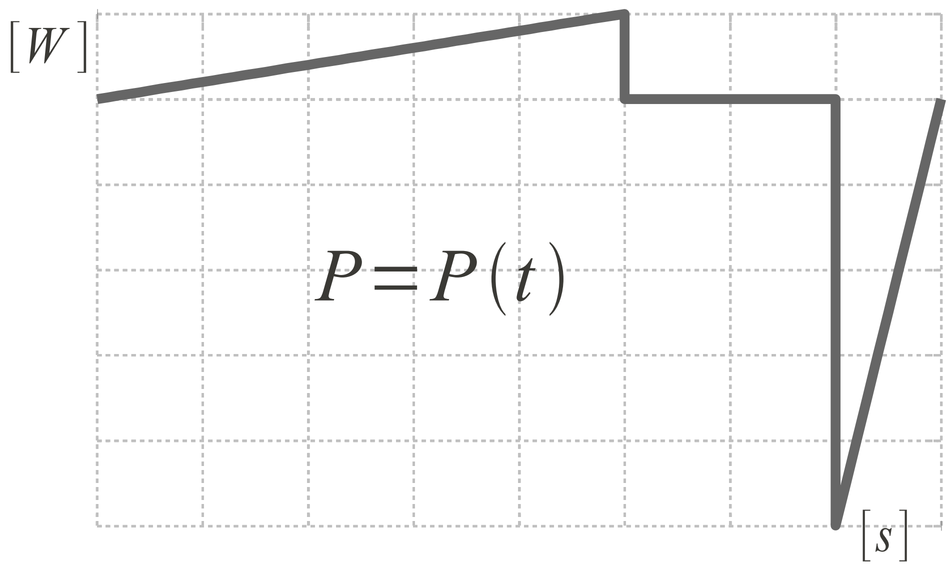
$$P(t) = \vec{F}(t) \cdot \vec{v}(t)$$



Na druhou stranu, výkon znamená přírůstek energie v čase:

$$P(t) = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$





3.2 Hydrostatika

3.2.1 Tekutiny

V mechanice hmotného bodu byla veškerá hmota tělesa jakoby vtěstnána do bezrozměrného bodu; v mechanice kontinua je naopak hmota m tělesa rozprostřena do objemu V. Pak zavádíme tzv. hustotu tělesa ρ vztahem

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Hustota tělesa neboli měrná hmotnost znamená tudíž hmotnost, vztaženou na jednotku objemu. Přechod od rovnic hmotného bodu k rovnicím kontinua často provádíme právě tak, že namísto hmotnosti m uvažujeme hustotu ρ .

Tekutiny rozdělujeme na

- kapaliny – v ideálním případě jsou nestlačitelné
- plyny – řídí se stavovou rovnicí plynu (jak budeme probírat v termodynamice)

U ideálních kapalin zanedbáváme vnitřní tření, neboli viskozitu.

3.2.2 Tlak

Tekutina v nádobě vyvíjí na stěnu nádoby sílu F, úměrnou velikosti plochy S této stěny:

$$F = p \cdot S$$

Veličinu p, působící v celém objemu tekutiny, nazýváme tlakem tekutiny. Působení je vzájemné, podobně jako v Newtonově zákoně akce a reakce: tlak p v kapalině může vznikat např. působením pístu o ploše S, stlačovanému silou F:

$$p = \frac{F}{S}$$

Tlak v tekutině působí všemi směry – tím pádem je to skalární veličina. Naproti tomu síla je vektorová veličina. Směr působení síly na stěnu nádoby je tudíž dán sklonem této stěny – tato síla je vždy kolmá ke stěně, tj. působí ve směru *normály* $\vec{S}$. Proto výše uvedený vztah můžeme psát ve vektorovém tvaru:

$$\vec{F} = p \cdot \vec{S}$$

3.2.3 Pascalův zákon

V tekutinách platí **Pascalův zákon:**

Tlak vyvolaný vnější silou působící na povrch tekutiny je ve všech místech tekutiny stejný. Tlak v tekutinách se šíří všemi směry.

Máme-li dva písty o plochách S_1, $S_{2,}$ na které působí síly F_1, F_2, a písty jsou pohyblivě umístěny ve válcích, spojených potrubím, pak dle Pascalova zákona je v celé soustavě stejný tlak. Oba písty jsou pak v rovnováze za podmínky

$$p_1 = \frac{F_1}{S_1} = p_2 = \frac{F_2}{S_2}$$

Z toho plyne, že obě síly jsou v převráceném poměru ploch pístů:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{S_2}{S_1}$$

3.2.4 Hydrostatický tlak

Tlak v tekutině vyvolaný působením tíhového pole je **hydrostatický tlak** *p*. V hloubce *h* pod hladinou kapaliny pro něj platí:

$$p_h = h \cdot \rho_k \cdot g$$

Velikost hydrostatického tlaku nezávisí na tvaru nádoby.

Působí-li v kapalině hydrostatický tlak společně s tlakem, vyvolaným vnější silou (viz výše), pak se oba tlaky *sčítají*. Např:

V hloubce 10 m pod hladinou vody působí hydrostatický tlak přibližně 1 bar = 100 kPa. Na hladinu vody přitom působí atmosférický tlak rovněž přibližně 1 bar = 100 kPa. Celkový tlak 10 m pod hladinou vody pak bude přibližně 2 bar = 200 kPa.

3.2.5 Archimedův zákon

Těleso je v kapalině nadlehčováno vztlakovou silou, která je rovna tíze kapaliny o stejném objemu, jako je objem ponořené části tělesa:

$$F = \rho \cdot V$$

ρ je hustota kapaliny a V je objem kapaliny, tělesem vytlačené.

3.3 Hydrodynamika

3.3.1 Rovnice kontinuity

Pro dynamiku ideálních kapalin platí **rovnice kontinuity**, podle které je průtok jednotlivými částmi řečiště konstantní:

$$S_1 v_1 = S_2 v_2 = Q_{konst}$$

(S je plocha průřezu řečiště kolmá na směr proudění, v je rychlost proudění kapaliny). Vidíme, že na obou stranách rovnice se nachází konstantní objem, který trubicí proteče za jednotku času (tj. *objemový průtok* Q), tato rovnice kontinuity tudíž vyjadřuje zákon zachování objemu, který platí pro nestlačitelné kapaliny. Obecně se však objem tekutin nezachovává – zachovává se jejich hmotnost (zákon zachování hmoty) – a tím pádem se může měnit jejich hustota ρ. V tomto případě musíme výše uvedenou rovnici kontinuity upravit na tvar:

$$S_1 v_1 \rho_1 = S_2 v_2 \rho_2$$

Vidíme, že an obou stranách rovnice se teď nachází konstantní hmotnost tekutiny, která potrubím proteče za jednotku času.

3.3.2 Bernoulliho rovnice

Zákon zachování energie pro proudící ideální tekutinu vyjadřuje **Bernoulliho rovnice**:

$$\frac{\rho_1 \cdot v_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho_2 \cdot v_2^2}{2} + p_2 = konst$$

kde v je rychlost proudění a p je tlak tekutiny.

Člen $\frac{1}{2}\rho v^2$ nám připomíná vztah pro velikost kinetické energie. Člen proto vyjadřuje velikost kinetické energie, vztažené na jednotku objemu. Člen p, tj. tlak, potom vyjadřuje velikost tlakové (potenciální) energie, vztažené rovněž na jednotku objemu. Bernoulliho rovnice potom říká, že součet potenciální a kinetické energie je v ideální proudící tekutině stálý.

V případě, že se proudící tekutina nachází v gravitačním poli, započítáme ještě hydrostatický tlak:

$$\frac{\rho_1 \cdot v_1^2}{2} + p_1 + h_1 \rho_1 g = \frac{\rho_2 \cdot v_2^2}{2} + p_2 + h_2 \rho_2 g = konst$$

Tomuto způsobu zápisů říkáme *tlakový tvar* rovnice, neboť všechny členy mají fyzikální rozměr tlaku.

Nahází-li se hydrodynamická soustava v prostředí atmosférického tlaku, měli bychom k oběma stranám rovnice přičíst rovněž tento atmosférický tlak; tím se rovnice nezmění a tak obvykle vliv atmosférického tlaku zanedbáváme. Avšak vidíme, že v místě *užšího* průřezu, kde se dle rovnice kontinuity tekutina pohybuje rychleji, bude dle Bernouliho rovnice *nižší* tlak, a tak se může stát, že tento tlak bude nakonec nižší, než je tlak atmosférický. Tohoto jevu využívá např. *vodní vývěva*.

3.3.3 Proudění reálných tekutin

U ideálních tekutin jsme předpokládali, že proudí bez tření – v tom případě by rychlost proudění v celém průřezu trubice byla stejná. U skutečných tekutin dochází jednak k tření mezi tekutinou a stěnou trubice a jednak uvnitř tekutiny samotné. Říkáme, že reálné tekutiny nejsou ideálně tekuté, ale jsou více či méně *vazké* neboli *viskózní* (lidově vazkým tekutinám často říkáme, že jsou husté, což je ale fyzikálně nesprávné označení).

Mírou vazkosti je tzv. *viskozita*. Ta klade nejen odpor při pohybu tekutiny trubicí, ale i odpor tělesům, které se v tekutině pohybují.