

Mechanika kapalin a plynů

Petr Pošta

`pposta@karlin.mff.cuni.cz`

17. listopadu 2009

Obsah

Tekutiny

Tlak

Tlak v kapalině vyvolaný vnější silou

Tlak v kapalině vyvolaný tíhovou silou

Tlak v kapalině vyvolaný tíhovou silou

Tlak ve vzduchu vyvolaný tíhovou silou

Vztlaková síla

Proudění kapalin a plynů

Tekutiny

Tekutiny

Tekutost látky

Jako tekutost označujeme vlastnost, kdy se jednotlivé částice látky mohou vůči sobě snadno pohybovat takovým způsobem, že těleso nedrží stálý tvar.

Tekutiny

Tekutost látky

Jako tekutost označujeme vlastnost, kdy se jednotlivé částice látky mohou vůči sobě snadno pohybovat takovým způsobem, že těleso neudrží stálý tvar.

Kapaliny

Jako **kapaliny** označujeme látky, které jsou tekuté, a tedy **nemají stálý tvar**, mají ale **stálý objem** a jsou **velmi málo stlačitelné**. Kapalina v tíhovém poli vytvoří vodorovnou volnou hladinu.

Tekutiny

Tekutost látky

Jako tekutost označujeme vlastnost, kdy se jednotlivé částice látky mohou vůči sobě snadno pohybovat takovým způsobem, že těleso nadržuje stálý tvar.

Kapaliny

Jako **kapaliny** označujeme látky, které jsou tekuté, a tedy **nemají stálý tvar**, mají ale **stálý objem** a jsou **velmi málo stlačitelné**. Kapalina v tíhovém poli vytvoří vodorovnou volnou hladinu.

Plyny

Jako **plyny** označujeme látky, které jsou tekuté, a tedy **nemají stálý tvar** a (i v tíhovém poli) vyplní celý prostor nádoby. Nemají tedy **stálý objem** a jsou **stlačitelné**.

Tekutiny

Tekutost látky

- ▶ je u různých látek různá
- ▶ u plynů obecně větší než u kapalin
- ▶ velké rozdíly i mezi kapalinami (voda/olej/med)

Tekutiny

Ideální kapalina

- ▶ dokonale tekutá (bez vnitřního tření)
- ▶ zcela nestlačitelná

Tekutiny

Ideální kapalina

- ▶ dokonale tekutá (bez vnitřního tření)
- ▶ zcela nestlačitelná

Ideální plyn

- ▶ dokonale tekutý
- ▶ dokonale stlačitelný

Tlak

Tlak značka: p jednotka: Pa (pascal)

Tlak je skalární veličina definovaná vztahem

$$p = \frac{F}{S}$$

kde F je síla působící kolmo na rovinnou plochu a S je obsah této plochy.

$$\text{Pa} = \text{N} \cdot \text{m}^{-2} = \text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$$

Měří se **manometrem** (otevřený kapalinový, kovový, ...)

Tlak

Tlak vyvolaný vnější silou

- ▶ v tuhém tělese lze vnější sílu libovolně přenášet v jejím směru
- ▶ v kapalinách je účinek vnější síly přenášen ve všech směrech (důsledek tekutosti)

Pascalův zákon

Tlak v kapalině (plynu) vyvolaný vnější silou je ve všech místech kapaliny (plynu) stejný.

Využití u kapalin: hydraulická zařízení (brzdy, lis, nůžky, ...)

Využití u plynů: huštění pneumatik, balonů, pneumatická zařízení (brzdy, buchar, kladiva, ...)

Tlak

Hydraulika

Dva písty o plochách S_1 a S_2 jsou spojeny prostorem vyplněným kapalinou. Pokud na píst S_1 působí tlaková síla F_1 , pak na píst S_2 působí tlaková síla F_2 tak, aby tlaky na písty byly stejné. Tedy

$$p_1 = p_2$$

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

$$F_2 = F_1 \cdot \frac{S_2}{S_1}$$

Obvykle tlačíme malou silou na menší píst, která se na velkém pístu projeví jako síla (několikanásobně) větší. Kolikrát, to je určeno poměrem ploch obou pístů.

Hydrostatický tlak

Hydrostatický tlak v nádobě se svislými stěnami

Jde o tlak uvnitř kapaliny vyvolaný tíhovou silou. V nádobě se svislými stěnami je tlaková síla v hloubce h

$$F = mg = V\rho g = Sh\rho g$$

kde S je plocha dna, g tíhové zrychlení a ρ hustota kapaliny. Hydrostatický tlak je tedy roven

$$p = \frac{F}{S} = \frac{Sh\rho g}{S} = h\rho g$$

Hydrostatický tlak

Hydrostatický tlak obecně

V obecném případě, ať je tvar nádoby jakýkoli, je hydrostatický tlak určen stejným vztahem

$$p = h\rho g$$

Fakt, že nezávisí na tvaru nádoby ani ploše průřezu nádoby v dané hloubce, je označován jako **hydrostatické paradoxon**.

Hydrostatický tlak

Hladina

Jako hladinu označujeme místa v kapalině se stejnou hodnotou hydrostatického tlaku.

Hydrostatický tlak

Hladina

Jako hladinu označujeme místa v kapalině se stejnou hodnotou hydrostatického tlaku.

Spojené nádoby

Hladina se ve všech spojených nádobách nachází ve stejné hloubce. Ekvivalentně, volná hladina je ve všech spojených nádobách ve stejné, vodorovné rovině.

Hydrostatický tlak

U-trubice

V U-trubici se nachází dvě nemísitelné kapaliny o hustotách ρ_1 a ρ_2 . V jakém poměru jsou výšky h_1 a h_2 těchto kapalin nad společným rozhraním?

Atmosférický tlak

Kolik váží vzduch?

- ▶ Aristoteles: nic
- ▶ G. Galilei: nic
- ▶ **E. Toricelli**: něco málo ano

Toricelliho pokus (horror vacui)

- ▶ tlak vzduchu je přibližně stejný jako tlak 10 m vodního sloupce nebo 760 mm rtuťového sloupce.

Magdeburgské polokoule

- ▶ "tlak vzduchu je silnější než šestnáctispřeží koní"

Atmosférický tlak

Atmosférický tlak

Na vzduch, stejně jako na kapaliny, působí tíhová síla. Důsledkem jejího působení je tlak na všechna tělesa v atmosféře, kterému říkáme **atmosférický tlak**. Síla jím vyvolaná se nazývá **atmosférická tlaková síla**.

Atmosférický tlak nelze jednoduše počítat podle vztahu $h\rho g$, kde h by byla výška atmosféry, neboť hustota atmosféry se poměrně výrazně mění s výškou nad zemí i s teplotou.

Atmosférický tlak

Normální atmosférický tlak

Dohodnutá konstanta, která odpovídá hydrostatickému tlaku 760 mm sloupce rtuti při 0°C a normálním tíhovém zrychlení $g_n = 9,80665 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. V jednotkách SI má velikost

$$p_a = 101\,325 \text{ Pa}$$

Přístroje na měření tlaku

- ▶ rtuťový tlakoměr neboli rtuťový barometr
- ▶ kovový tlakoměr neboli kovový barometr neboli aneroid
- ▶ barograf

Vztlaková síla. Archimedův zákon

Příklad

Krychle o hraně a je zcela ponořena do kapaliny hustoty ρ .

Vypočtěte:

- hydrostatický tlak na horní a spodní stěnu,
- celkovou sílu na krychli způsobenou hydrostatickým tlakem kapaliny.

Vztlaková síla. Archimedův zákon

Řešení

Tlak a tlaková síla na horní stěnu, která je v hloubce h :

$$p_1 = h\rho g, \quad F_1 = p_1 S = p_1 a^2 = h\rho g a^2$$

Tlak a tlaková síla na spodní stěnu (která je v hloubce $h + a$):

$$p_2 = (h + a)\rho g, \quad F_2 = p_2 S = p_2 a^2 = h\rho g a^2 + \rho g a^3$$

Protože tlak na boční stěny krychle je zřejmě pro každou z nich stejný a příslušné síly se tedy vzájemně vyruší, je celková síla rovna

$$F = F_2 - F_1 = a^3 \rho g = V \rho g.$$

Síla F má stejný směr a orientaci jako síla F_2 , tedy svisle vzhůru.

Vztlaková síla. Archimedův zákon

Předchozí výpočet lze zobecnit na všechna tělesa.

Archimedův zákon

Těleso ponořené do kapaliny je nadlehčováno vztlakovou silou, jejíž velikost je rovna tíze kapaliny stejného objemu, jako je objem ponořeného tělesa.

$$F_{vz} = V \rho g$$

V případě, že je těleso ponořené jen zčásti, pak v předchozím vztahu má V význam objemu ponořené části tělesa.

Vztlaková síla. Archimedův zákon

Úloha

Vypočtěte, jaká část objemu ledovce je nad vodou, jestliže hustota ledu je $\rho_l = 900 \text{ kg/m}^3$ a hustota vody je $\rho_v = 1000 \text{ kg/m}^3$.

Řešení:

$$\frac{V'}{V} = \frac{\rho_l}{\rho_v} = 0,9 = 90\%$$

Úloha

Dutou kovovou kouli o hmotnosti $m = 10 \text{ kg}$ a poloměru $r = 1 \text{ dm}$ zcela ponoříme do vody (o hustotě $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$) a držíme ji na jemném řetízku. Jakou silou je řetízek napínán?

Vztlaková síla. Archimedův zákon

Kdy těleso plave, kdy se vznáší a kdy se potopí?

Pro **homogenní těleso** o hustotě ρ v kapalině hustoty ρ_k platí:

- ▶ $\rho > \rho_k$ — těleso se potopí
- ▶ $\rho = \rho_k$ — těleso se vznáší zcela ponořené v kapalině
- ▶ $\rho < \rho_k$ — těleso je zčásti ponořené a plove. Poměr objemu ponořené části V' a objemu tělesa V je

$$\frac{V'}{V} = \frac{\rho}{\rho_k}$$

Vztlaková síla působí nejen v kapalinách, ale i v plynech (balóny, vzducholodě).

- ▶ karteziánek
- ▶ hustoměr

Proudění kapalin a plynů

Proudění

- ▶ Proudění je pohyb tekutiny, při kterém se částice tekutiny pohybují svým neuspořádaným pohybem a zároveň se posouvají ve směru proudění.

Proudnice, ustálené/neustálené proudění

- ▶ **Proudnice (proudová čára)** je trajektorie pohybu jednotlivých částic při proudění tekutin (kapalin).
- ▶ **ustálené proudění** – veličiny popisující proudění jsou konstantní v čase
- ▶ **neustálené proudění** – veličiny popisující proudění jsou na čase závislé

Proudění kapalin a plynů

Objemový průtok značka: Q_v jednotka: $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$

Objemový průtok je skalární fyzikální veličina, která udává, jaký objem tekutiny proteče daným průřezem S za jednotku času. Vypočte se jako

$$Q_v = \frac{V}{t} = \frac{Ss}{t} = Sv,$$

kde v je rychlost proudící tekutiny.

Proudění kapalin a plynů

Rovnice kontinuity

- ▶ Pro ustálené proudění kapaliny platí, že objemový průtok je všude konstantní. To se přepisuje do vztahu

$$S_1 v_1 = S_2 v_2.$$

- ▶ Je to důsledek **zákona zachování hmotnosti**.
- ▶ Vyplývá z něj, že v užší trubici proudí kapalina rychleji.

(vodoměr, plynoměr)

Proudění kapalin a plynů

Potenciální tlaková energie

- ▶ Při ustáleném proudění ve vodorovné trubici o průřezu S působí na kapalinu tlaková síla, která ji nutí proudit. Této síle přísluší tlaková potenciální energie, pro kterou lze odvodit vztah

$$E_p = W = Fs = pSs = pV.$$

Proudění kapalin a plynů

Bernoulliho rovnice

Označme ρ hustotu kapaliny, v rychlost proudění a p tlak v kapalině.

- ▶ Pro ustálené proudění ideální tekutiny (ve vodorovné trubici) platí zákon zachování energie:

$$E_p + E_k = konst.$$

$$pV + \frac{1}{2}mv^2 = konst.$$

$$pV + \frac{1}{2}V\rho v^2 = konst.$$

Po dělení objemem dostaneme **Bernoulliho rovnici**

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + p = konst.$$

Proudění kapalin a plynů

Výtok kapaliny z nádoby

Jestliže ideální kapalina vytéká otvorem z nádoby ve výšce h pod hladinou, pro rychlost výtoku platí **Torricelliho vzorec**

$$v = \sqrt{2gh}.$$

(stejný, jako by kapalina padala volným pádem)

Proudění kapalin a plynů

Proudění reálné kapaliny

V reálné kapalině existuje **vnitřní tření** (charakterizuje její veličina zvaná viskozita). Rozlišujeme dva typy proudění

- ◇ laminární
- ◇ turbulentní

Proudění kapalin a plynů

Odporová síla při pohybu v kapalinách a plynech

Při obtékání těles vzniká odporová síla. Při malých rychlostech je úměrná první mocnině rychlosti, při vyšších rychlostech druhé mocnině rychlosti.

$$F_o = \frac{1}{2} C S \rho v^2. \quad (\text{Newtonův vztah})$$

Koeficient odporu C nabývá hodnot od cca 0,03 do zhruba 1,33 a závisí na (aerodynamičnosti) tvaru tělesa.

Fyzika létání

Křídla mají vhodný tvar, aby jejich horní stranu okolní vzduch obtékal rychleji než spodní. Tak se vytváří přetlak (resp. aerodynamická síla), který letadlo drží ve vzduchu.