6.1 Základní pojmy optiky

6.1 Při jednom kosmickém experimentu bylo na povrchu Měsíce umístěno speciální zrcadlo, které odráželo světlo výkonného laseru vysílané ze Země. Světelný impulz se vrátil po odrazu zpět na Zemi přibližně za dobu 2,6 s. Určete vzdálenost Měsíce od Země.

6.2 Turista stojící u Eiffelovy věže v Paříži zjistil, že délka stínu věže je 370 m, zatímco jeho postava vrhá stín délky 208 cm. Určete výšku Eiffelovy věže, jestliže víte, že turista byl vysoký 180 cm.

6.3 Člověk, jehož postava má výšku 1,7 m, jde rychlostí 1 m · s^{-1} směrem ke stožáru pouliční lampy. V určitém okamžiku má stín postavy délku 1,8 m a po uplynutí doby 2 s je délka stínu 1,3 m. V jaké výšce je umístěna pouliční lampa?

6.4 Sluneční světlo dopadá do místnosti oknem o výšce 2,0 m a šířce 1,2 m. Podle polohy Slunce vznikají na podlaze místnosti různé geometrické obrazce. Za jakých podmínek vznikne čtverec? Sluneční paprsky považujte za rovnoběžné.

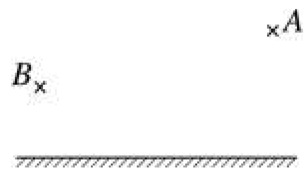
6.5 Navrhněte, jak lze při úplňku určit pomocí pravítka s milimetrovým dělením přibližnou hodnotu poloměru Měsíce. Víme, že Měsíc je od nás vzdálen 380 000 km.

6.6 Plošný zdroj světla ve tvaru kotouče o průměru 20 cm je umístěn ve vzdálenosti 2 m od stínítka. V jaké nejmenší vzdálenosti od stínítka musíme umístit míček o průměru 8 cm, aby na stínítku nevznikl jeho plný stín, ale jen polostín? Přímka procházející středem zdroje světla a míčku je kolmá na rovinu stínítka.

6.7 Srovnejte rychlost pohybu letadla letícího vodorovným směrem s rychlostí jeho stínu na vodorovném povrchu Země. Sluneční paprsky považujte za rovnoběžné.

6.8 Co by pozoroval astronaut při pohledu z Měsíce na povrch Země, kdyby na Měsíci pobýval právě v době, kdy je na Zemi viditelné úplné zatmění Měsíce?

6.9 Světelný paprsek vychází z bodu *A* a po odrazu na vodorovné ploše (obr. 6-9 [6-1]) prochází bodem *B*. Geometrickou konstrukcí určete bod na vodorovné ploše, v němž nastává odraz světla.

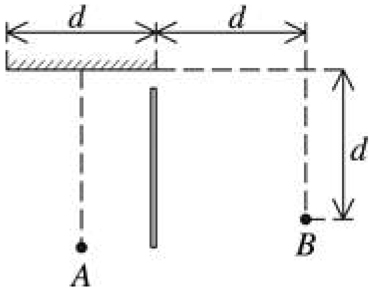


Obr. 6-9

6.10 Nad středem kruhového bazénu o poloměru 5 m, naplněného po okraj vodou, visí ve výšce 3 m osvětlovací lampa. Jak daleko od okraje bazénu se může postavit člověk, který má výšku 1,8 m, aby ještě viděl odraz světla lampy od hladiny vody?

6.11 Světelný paprsek svírá s vodorovnou rovinou úhel 52°. Jak musíme umístit rovinné zrcadlo, aby paprsek byl po odrazu od zrcadla vodorovný?

6.12 Pozorovatel se pohybuje z bodu *A* směrem k rovinnému zrcadlu po kolmici, která prochází jeho středem (obr. 6-12 [6-2]). Za neprůhlednou stěnou, která končí v malé vzdálenosti od okraje zrcadla, je v bodě B druhý pozorovatel. Jeho poloha se nemění a je patrná z obr. 6-12 [6-2] (d = 3 m). V jaké vzdálenosti prvního pozorovatele od zrcadla se obě osoby navzájem uvidí?

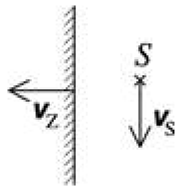


Obr. 6-12

6.13 Dvě zrcadla přiložená k sobě svírají úhel γ. Na jedno zrcadlo dopadá světelný paprsek ležící v rovině kolmé k přímce, v níž se zrcadla stýkají. Určete odchylku paprsku po odrazu od obou zrcadel.

6.14 Rovinné zrcadlo se pohybuje rychlostí 1,5 cm · s^{-1}. Určete velikost rychlosti a směr pohybu zdroje světla, při němž se poloha obrazu zdroje světla nebude měnit.

6.15 Rovinné zrcadlo se pohybuje rychlostí 2,0 cm · s^{-1} a bodový zdroj světla S má rychlost 3,0 cm · s^{-1} (obr. 6-15 [6-4]). Určete velikost rychlosti a směr pohybu obrazu zdroje (bodu S').



Obr. 6-15

6.16 V jakém prostředí mohou být paprsky světla křivočaré?

6.17 Index lomu ledu je menší než index lomu vody. V kterém prostředí je rychlost světla větší?

6.18 Index lomu vody pro červené světlo je 1,331 a pro fialové 1,343. Určete rychlost světla ve vodě v obou případech.

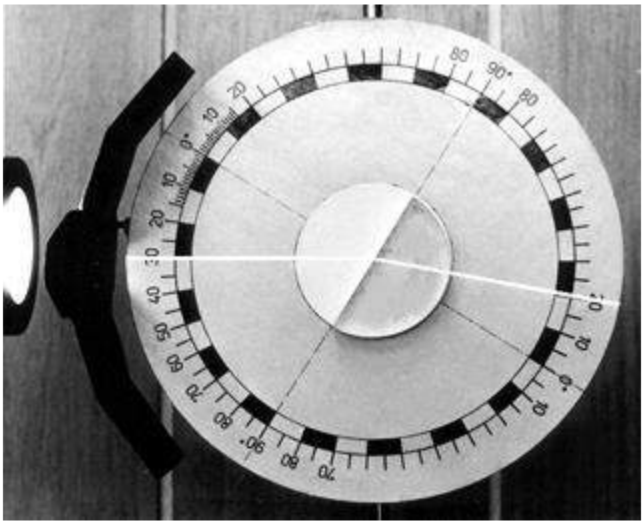
6.19 Index lomu vody pro červené světlo vlnové délky 760 nm je 1,329 a pro fialové světlo vlnové délky 400 nm je 1,343. Určete interval rychlostí světla ve viditelném oboru vlnových délek.

6.20 Index lomu skla pro světlo červené barvy je 1,510 a pro světlo fialové barvy je 1,531. Určete úhel mezi lomeným červeným a fialovým paprskem, jestliže světelný paprsek bílého světla dopadá na povrch skla pod úhlem 60°.

6.21 Když sedíme u hořícího ohně, máme dojem, že předměty pozorované přes teplý vzduch nad plamenem nepravidelně kmitají. Vysvětlete.

6.22 Jestliže změříme úhlovou výšku hvězdy nad obzorem, naměříme větší hodnotu, než je skutečná úhlová výška. Vysvětlete.

6.23 Na obr. 6-23 [6-5] je fotografie pomůcky pro demonstraci lomu světla, na níž je patrný chod světelného paprsku optickým prvkem ve tvaru půlválce. Určete index lomu materiálu, ze kterého je půlválec vyroben.



Obr. 6-23

6.24 Na dno šálku na kávu položte minci a odstupte od šálku tak daleko, aby mince byla zcela zakryta okrajem šálku. Pak požádejte spolužáka, aby do šálku nalil vodu. Minci znovu uvidíte. Vysvětlete a proveďte náčrtek pokusu.

6.25 Chlapec se chce dotknout tyčí předmětu v hloubce 40 cm pod hladinou vody. V jaké vzdálenosti od předmětu se tyč dotkne dna, jestliže tyč svírá s vodorovným směrem úhel 45°?

6.26 Úhel dopadu paprsku na povrch vody (n_v = 1,33) je 40°. Jaký musí být úhel dopadu na povrch skla (n_s = 1,50), aby úhel lomu byl stejný jako v prvním případě?

6.27 Světelný paprsek prochází rozhraním mezi vodou a sklem. Úhel dopadu je 35°. Určete úhel lomu. Použijte hodnoty indexu lomu z předcházející úlohy.

6.28 Jaký musí být úhel dopadu na povrch skla o indexu lomu 1,7, aby úhel lomu byl roven polovině úhlu dopadu?

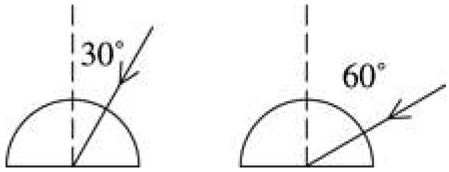
6.29 2 Určete úhel dopadu na povrch vody (n = 1,33), je-li úhel lomu o 10° menší než úhel dopadu.

6.30 Lomený a odražený paprsek jsou navzájem kolmé, přičemž úhel dopadu je 53°. Určete index lomu látky, jestliže světlo dopadá na rozhraní ze vzduchu.

6.31 2 Určete úhel dopadu světla na rozhraní vody (n_v = 1,33) a skla (n_s = 1,5), svírá-li odražený paprsek s paprskem lomeným úhel 120°.

6.32 2 Navzájem kolmé světelné paprsky se lámou na rozhraní vzduchu a skla. Určete index lomu skla, jestliže se jeden paprsek láme pod úhlem 36° a druhý pod úhlem 20°.

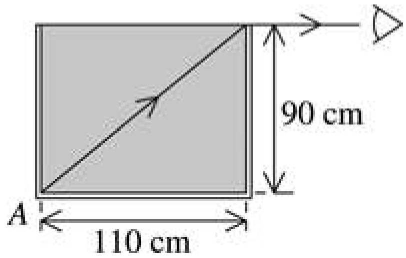
6.33 Určete další chod paprsků (obr. 6-33 [6-6]) dopadajících na rovinnou plochu povrchu půlválce zhotoveného ze skla o indexu lomu 1,6.



Obr. 6-33

6.34 Na hladině jezera plove vor o rozměru 8 m × 6 m. Určete rozměr plného stínu na dně jezera osvětleného rozptýleným světlem. Hloubka jezera je 2 m.

6.35 Plechová nádoba s pravoúhlými stěnami je naplněna až po okraj čirou kapalinou. Výška boční stěny je 90 cm a šířka nádoby je 1,10 m. Při pohledu přes okraj nádoby vodorovným směrem vidí pozorovatel právě hranu, v níž se setkává boční stěna s dnem nádoby (bod *A* na obr. 6-35 [6-8]). Určete index lomu kapaliny.

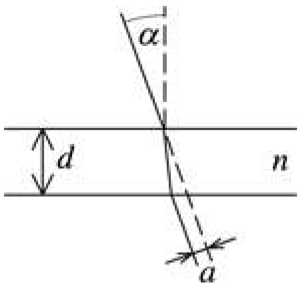


Obr. 6-35

6.36 Svazek rovnoběžných světelných paprsků dopadá pod malým úhlem α na povrch planparalelní desky ze skla o indexu lomu n a po průchodu deskou jsou paprsky posunuty o vzdálenost a (obr. 6-36 [6-9]). Dokažte, že pro vzdálenost a platí

$$a = \alpha d \frac{n-1}{n},$$

kde d je tloušťka desky a α je úhel dopadu vyjádřený v míře obloukové.

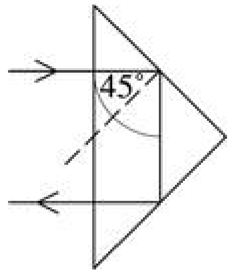


Obr. 6-36

6.37 Proč se malé bublinky vzduchu ve vodě stříbřitě lesknou, kdežto na povrchu větších bublin tak výrazný lesk nepozorujeme?

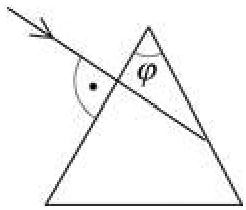
6.38 Určete mezní úhel pro úplný odraz světla a) na diamantu ($n_d = 2,40$), b) na vodě ($n_v = 1,33$), c) na diamantu ponořeném do vody.

6.39 K výškovému i stranovému převrácení obrazu v triedru se používají optické hranoly s lámavým úhlem 90°. Světlo do hranolu vstupuje jeho podstavou a na vnitřní stranu lámavé plochy dopadá pod úhlem 45° (obr. 6-39 [6-10]). Určete, jakou hodnotu musí mít index lomu hranolu, aby na lámavých plochách nastával jen odraz světla.



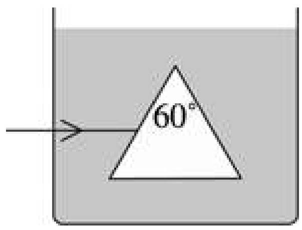
Obr. 6-39

6.40 Světelný paprsek dopadá na optický hranol vyrobený ze skla o indexu lomu 1,52 (obr. 6-40 [6-11]). Určete, jakou nejmenší hodnotu musí mít úhel φ, aby nastal úplný odraz, je-li hranol a) ve vzduchu, b) ve vodě.



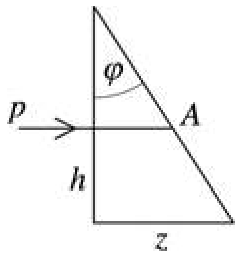
Obr. 6-40

6.41 V nádobě s vodou je umístěn dutý hranol zhotovený slepením skleněných destiček (obr. 6-41 [6-12]; v dutině je vzduch). Nakreslete další chod paprsku (proveďte jen kvalitativní úvahu, nikoliv výpočet).



Obr. 6-41

6.42 Na obr. 6-42 [6-13] je nakreslen v měřítku 1 : 1 skleněný hranol (n = 1,4). Vystoupí světelný paprsek p z hranolu, nebo se v bodě A jen odrazí? Odpověď zdůvodněte výpočtem.

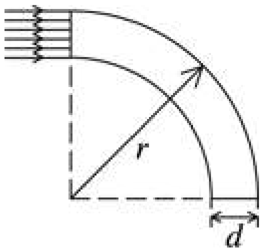


Obr. 6-42

6.43 Jakou nejmenší délku musí mít základna z hranolu z předcházející úlohy, aby v bodě A nastal úplný odraz?

6.44 Jedna lámavá plocha optického hranolu s lámavým úhlem 35° je postříbřena. Světelný paprsek dopadá na druhou lámavou plochu pod úhlem 60°, láme se a po odrazu od postříbřené plochy a opětovném lomu na první ploše má stejný směr jako před odrazem. Určete index lomu skla, ze kterého je hranol vyroben.

6.45 Tenká skleněná tyčinka (n = 1,5) je ohnuta do oblouku tak, že její vnější povrch má poloměr r. V jakém poměru musí být nejmenší poloměr zakřivení tyčinky k jejímu průměru d, aby světelné paprsky dopadající kolmo na plochu jejího příčného řezu (obr. 6-45 [6-14]) nevystupovaly bočními stěnami z tyčinky?



Obr. 6-45

6.2 Vlnové vlastnosti světla

6.46 Vlnová délka červeného světla ve vodě je rovna vlnové délce zeleného světla ve vzduchu. Voda je osvětlena zeleným světlem. Jakou barvu vnímá člověk, jestliže pod vodou otevře oči?

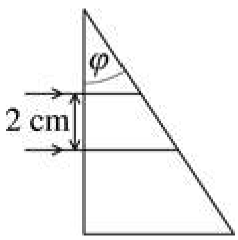
6.47 Do láhve ze zeleného skla nalijeme červený inkoust. Jak se nám bude jevit barva inkoustu v láhvi? Objasněte.

6.48 Povrch oceli zahřívané na teplotu vyšší než 250 °C se pokrývá tenkou vrstvou oxidů železa. Přitom se povrch oceli duhově zbarvuje. Ověřte si to pokusem. Uchopte do kleští žiletku a zahřejte ji nad plamenem. Objasněte zbarvení povrchu oceli.

6.49 Můžeme dvě hvězdy na obloze považovat za koherentní zdroje světla? Odpověď zdůvodněte.

6.50 Dráhový rozdíl dvou paprsků koherentního světla, které spolu interferují, je $\lambda/4$. Určete fázový rozdíl světelných vln.

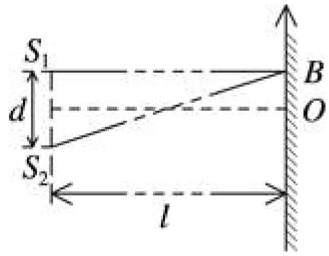
6.51 Dva rovnoběžné paprsky dopadají na skleněný hranol o indexu lomu 1,5. Tvar hranolu je patrný z obr. 6-51 [6-15]; lámavý úhel hranolu je 30°. Určete dráhový rozdíl paprsků po průchodu hranolem.



Obr. 6-51

6.52 Dva koherentní světelné paprsky dospívají do určitého bodu s dráhovým rozdílem 2,0 μm. Uvažte, zda se osvětlení v tomto bodě interferencí zesílí, popř. zeslabí v případech, že světlo je a) červené (660 nm), b) žluté (570 nm), c) fialové (400 nm).

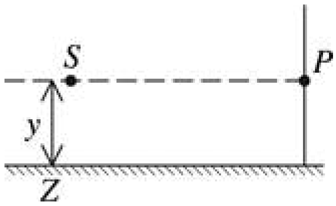
6.53 Dva bodové zdroje koherentního světla vyzařují ve vzduchu monofrekvenční světlo o vlnové délce 600 nm. Na stínítku ve vzdálenosti 3,0 m (obr. 6-53 [6-16]) určete polohu bodu, v němž je první interferenční maximum. Vzájemná vzdálenost zdrojů světla je 0,50 mm.



Obr. 6-53

6.54 Jak se změní interferenční obrazec z předcházející úlohy, a) jestliže se zvětší vzdálenost zdrojů od stínítka, b) jestliže se při dané vzdálenosti od stínítka zmenší vzájemná vzdálenost zdrojů, c) jestliže zdroje světla budou vyzařovat světlo kratší vlnové délky?

6.55 Zdroj světla *S* a rovinné zrcadlo jsou umístěny podle obr. 6-55 [6-17]. Určete podmínku vzniku interferenčního maxima v bodě *P*.

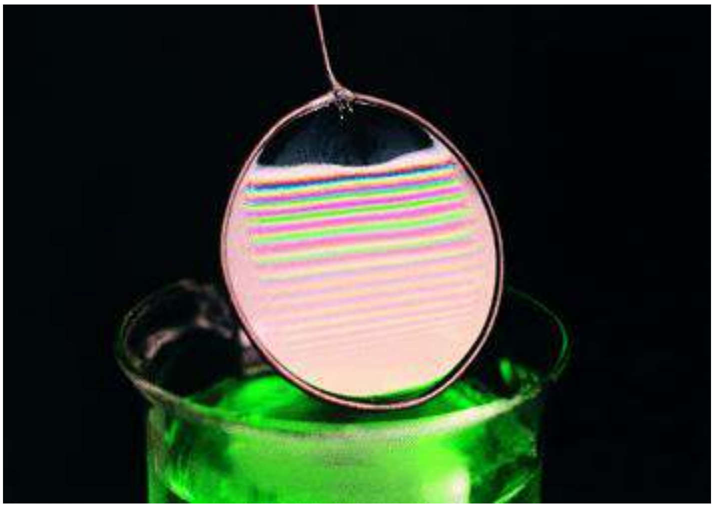


Obr. 6-55

6.56 Mezi dvěma planparalelními skleněnými destičkami se nachází vlas, takže vzniká klínová vrstva vzduchu. Při odrazu monofrekvenčního světla od destičky pozorujeme charakteristický interferenční obrazec v podobě světlých a tmavých proužků. Objasněte vznik proužků a určete jejich orientaci a vzájemnou vzdálenost.

6.57 Na tenký skleněný klín dopadá kolmo paprsek monofrekvenčního světla o vlnové délce 600 nm. Určete úhel, který svírají plochy klínu, jestliže interferenční proužky jsou navzájem vzdálené 4,0 mm.

6.58 Jestliže drátěný rámeček namočíme do mýdlového roztoku a umístíme ho svisle, pozorujeme na vzniklé tenké mýdlové bláně v odraženém monofrekvenčním světle interferenční obrazec v podobě vodorovných proužků. Vzdálenosti proužků v horní části blány jsou větší než v dolní části (obr. 6-58 [6-19]). Vysvětlete.



Obr. 6-58

6.59 Jak se změní ohybový obrazec při ohybu na optické mřížce s periodou 0,020 mm, jestliže ji nahradíme optickou mřížkou o periodě 0,010 mm?

6.60 Na optickou mřížku s periodou $3 \cdot 10^{-4}$ cm dopadá světlo o vlnové délce 550 nm. Určete úhly odpovídající směrům ohybových maxim 1., 2. a 3. řádu.

6.61 Určete vzájemnou vzdálenost maxim 2. a 3. řádu ohybového spektra z předcházející úlohy, která vzniknou na stínítku ve vzdálenosti 1,2 m od mřížky.

6.62 Jak se změní ohybové spektrum vytvořené optickou mřížkou, jestliže zvětšíme vzdálenost stínítka od mřížky?

6.63 Ohybová maxima 2. a 3. řádu, která vznikají při ohybu bílého světla (interval vlnových délek 400 nm až 760 nm), se navzájem překrývají. Určete šířku intervalu vlnových délek, v němž se obě ohybová maxima překrývají.

6.64 Optická mřížka má 120 vrypů na 1 mm délky mřížky. Určete vlnovou délku monofrekvenčního světla štěrbinového zdroje, jestliže směry k maximům 1. řádu navzájem svírají úhel 8°.

6.65 Na stínítku ve vzdálenosti 1,0 m od optické mřížky vzniklo při osvětlení monofrekvenčním světlem o vlnové délce 760 nm ohybové maximum 1. řádu ve vzdálenosti 15,2 cm od maxima nultého řádu. Určete periodu optické mřížky. (Poznámka: Vzhledem k tomu, že jsou uvažované úhly malé, můžeme zaměnit tangens a sinus úhlu.)

6.66 Určete celkovou šířku spojitého spektra 1. řádu (interval vlnových délek 380 nm až 760 nm), které vzniklo na stínítku ve vzdálenosti 3 m od optické mřížky s periodou 0,01 mm. (Poznámka: Vzhledem k tomu, že jsou uvažované úhly malé, můžeme zaměnit tangens a sinus úhlu.)

6.3 Zobrazení zrcadlem a čočkou

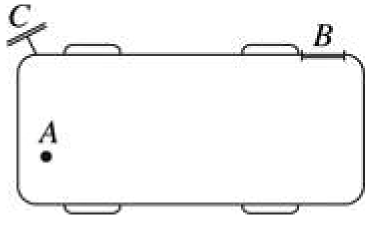
6.67 Jaký bude po odrazu na rovinném zrcadle svazek paprsků: a) sbíhavý, b) rozbíhavý, c) rovnoběžný?

6.68 Svisle postavenou tužkou se dotýkáme rovinného zrcadla, které svírá s rovinnou stolu úhel 45°. Proveďte geometrickou konstrukci obrazu tužky. Řešení ověřte experimentálně.

6.69 Na fotografii (obr. 6-69 [6-21]) je přední část automobilu záchranné služby. Proč je nápis AMBULANCE stranově převrácený?

Obr. 6-69

6.70 Na obr. 6-70 [6-22] je náčrtek autobusu při pohledu shora. V bodě *A* je řidič, v bodě *B* jsou zadní dveře, kterými vstupují cestující, a v bodě *C* je upevněno zrcátko, otáčivé kolem osy procházející bodem *C* kolmo k náčrtku. Geometrickou konstrukcí určete polohu zrcátka, při níž může řidič pozorovat cestující nastupující zadními dveřmi.

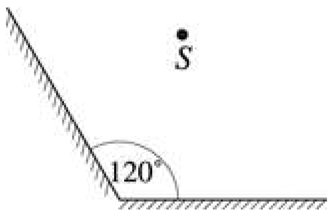


Obr. 6-70

6.71 Jak vysoké musí být rovinné zrcadlo zavěšené svisle na stěnu, aby člověk vysoký 180 cm stojící 1 m od zrcadla viděl v zrcadle celou svoji postavu? Oči pozorovatele jsou ve svislé vzdálenosti 10 cm od temena hlavy. V jaké výšce od podlahy musí být dolní okraj zrcadla? Bude třeba změnit velikost zrcadla, aby pozorovatel viděl celou svoji postavu z větší vzdálenosti?

6.72 Při kontrole zraku u očního lékaře čte pacient písmena na tabulce umístěné ve vzdálenosti 5 m. Jak může lékař tuto požadovanou vzdálenost tabulky zajistit, jestliže žádný rozměr ordinace nedosahuje 5 m?

6.73 Dvě rovinná zrcadla svírají úhel 120° (obr. 6-73 [6-24]) a před nimi je umístěn bodový zdroj světla *S*. Určete místo, kde musí mít pozorovatel oko, aby viděl všechny obrazy vytvořené zrcadly.



Obr. 6-73

6.74 Bodový zdroj světla je umístěn ve vzdálenosti 12 cm od přímky, v níž se dotýkají dvě rovinná zrcadla, jejichž zrcadlící plochy svírají úhel 30°. Určete vzájemnou vzdálenost prvních dvou obrazů zdroje světla vytvořených oběma zrcadly.

6.75 Předmět je umístěn mezi dvěma navzájem kolmými rovinnými zrcadly. Kolik obrazů předmětu vznikne? Proveďte konstrukci chodu paprsků. Kolik obrazů vytvoří navzájem rovnoběžná zrcadla?

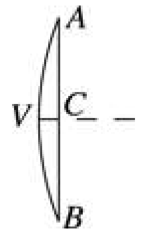
6.76 Zubní lékaři používají k prohlídkám zubů malé duté zrcadlo. Jaký obraz v něm lékař vidí?

6.77 Předmět je umístěn na optické ose dutého zrcadla tak, že vzniká skutečný zvětšený obraz. Jak se obraz změní, jestliže polovinu zrcadla překryjeme neprůhlednou překážkou?

6.78 Pro duté zrcadlo platí, že součin vzdálenosti x předmětu a vzdálenosti x' obrazu od ohniska zrcadla je roven druhé mocnině ohniskové vzdálenosti zrcadla ($xx' = f^2$; Newtonova zobrazovací rovnice). Dokažte platnost tohoto vztahu.

6.79 Bodový zdroj světla je na optické ose ve vzdálenosti 36 cm od ohniska zrcadla a obraz zdroje je 9 cm od ohniska. Určete ohniskovou vzdálenost zrcadla. Proveďte konstrukci chodu paprsků.

6.80 Určete ohniskovou vzdálenost dutého zrcadla na obr. 6-80 [6-25]. $|AB| = 20$ cm, $|VC| = 2$ cm.



Obr. 6-80

6.81 Do kterého bodu na optické ose dutého zrcadla je třeba umístit předmět, aby vznikl obraz poloviční velikosti? Zrcadlo má poloměr křivosti 40 cm.

6.82 Sbíhavý svazek světelných paprsků dopadá na vypuklé zrcadlo tak, že se zdánlivě protíná na optické ose zrcadla ve vzdálenosti 30 cm za zrcadlem. Po odrazu od zrcadla mají paprsky takový směr, že se zdánlivě protínají ve vzdálenosti 60 cm od zrcadla. Určete poloměr křivosti zrcadla.

6.83 Předmět je na optické ose 30 cm od vrcholu dutého zrcadla. Jeho obraz je 1,5krát větší než předmět. Určete vzdálenost obrazu od zrcadla a poloměr křivosti zrcadla.

6.84 Duté zrcadlo vytváří převrácený a 4krát zvětšený obraz. Určete ohniskovou vzdálenost zrcadla, je-li vzájemná vzdálenost předmětu a obrazu 90 cm.

6.85 Obraz vytvořený dutým zrcadlem je 3krát menší než předmět. Jestliže se předmět přemístí o 10 cm směrem k zrcadlu, je obraz menší jen 2krát. Určete ohniskovou vzdálenost zrcadla.

6.86 2 Na duté zrcadlo o poloměru křivosti 40 cm dopadají světelné paprsky vycházející z bodového zdroje umístěného na optické ose zrcadla 30 cm od vrcholu zrcadla. Do jaké vzdálenosti před duté zrcadlo je třeba umístit rovinné zrcadlo, aby paprsky odražené od dutého a rovinného zrcadla směřovaly zpět do bodového zdroje světla?

6.87 Spojnou čočkou vytvořte na stínítku obraz hořící svíčky. Jak se změní poloha obrazu svíčky při malém posunu svíčky ve směru kolmém k optické ose vpravo, vlevo, nahoru a dolů? Ověřte pokusem.

6.88 Pomocí spojky byl na stínítku vytvořen obraz Měsíce (obr. 6-88 [6-27]). V jaké fázi se nachází Měsíc?

Obr. 6-88

6.89 Jak se změní skutečný obraz hořící svíčky vytvořený spojkou na stínítku, jestliže se poloha čočky nezmění, ale zaměníme svíčku a stínítko? Odpověď zdůvodněte a ověřte experimentálně.

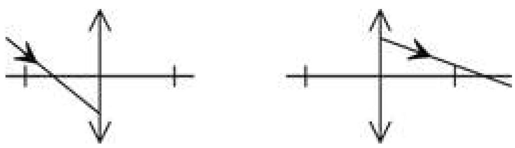
6.90 Ohnisková vzdálenost spojné čočky je f. V jaké vzdálenosti od čočky vznikne obraz, je-li předmět ve vzdálenosti $4f$, $2f$, $1{,}5f$, f, $0{,}5f$, $0{,}1f$ od čočky? Vytvořte graf získané závislosti $a' = f(a)$.

6.91 Tabulka obsahuje neúplný přehled veličin, které charakterizují zobrazení tenkou čočkou. Na základě uvedených hodnot doplňte chybějící údaje (včetně znamének podle znaménkové konvence).

Tabulka

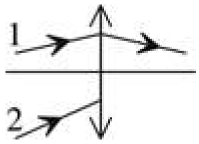
	a	b	c	d	e	f	g	h	i
typ čočky	spojka								
a (cm)	+20	+5		+5	+10	+10	+10	+10	+10
a' (cm)			–10						
Z			> 1	< 1	0,5	0,5			
f (cm)	10	+10	10	–10					
n	–	–					1,5	1,5	1,5
r_1	–	–					+30	+3	–60
r_2	–	–					+30	–30	–30
skutečný obraz?						ne			
převrácený obraz?					ano				

6.92 Na obr. 6-92 [6-28a, b] jsou nakresleny paprsky dopadající na tenkou spojnou čočku s ohniskovou vzdáleností *f*. Proveďte konstrukci paprsků po průchodu čočkou.



Obr. 6-92

6.93 Na obr. 6-93 [6-29] je nakreslen chod paprsku 1 tenkou spojnou čočkou. Proveďte konstrukci paprsku 2.



Obr. 6-93

6.94 Uvažte, za jakých podmínek by bylo možné vytvořit pomocí rozptylky skutečný obraz.

6.95 Úzký paprsek světla laseru je rovnoběžný s optickou osou čočky ve vzdálenosti 10 mm a po průchodu čočkou je od původního směru odchýlen o 5°. Určete ohniskovou vzdálenost čočky.

6.96 Spojka vyrobená ze skla o indexu lomu 1,5 má optickou mohutnost +2 D. Je-li ponořena do kapaliny, chová se jako rozptylka s optickou mohutností –1 D. Určete index lomu kapaliny, do které byla čočka ponořena.

6.97 Na výrobu ploskovypuklé čočky o ohniskové vzdálenosti 10 cm je použito sklo o indexu lomu 1,6. Určete poloměr křivosti vypuklé plochy.

6.98 Dvě spojky se stejným zakřivením optických ploch byly vyrobeny ze skla o indexu lomu 1,8 a z plexiskla. Měřením bylo zjištěno, že čočka z plexiskla má 1,6krát větší ohniskovou vzdálenost než čočka skleněná. Určete index lomu plexiskla.

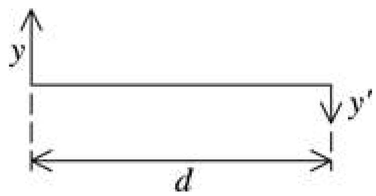
6.99 Jak se změní ohnisková vzdálenost spojky vyrobené ze skla o indexu lomu 1,6, ponoříme-li ji do vody (n = 1,33)?

6.100 Při zobrazení spojkou vznikl zdánlivý obraz v ohnisku čočky. Určete polohu předmětu.

6.101 Předmět je vzdálen od skutečného obrazu vytvořeného spojkou 5 m. Určete ohniskovou vzdálenost čočky a její vzdálenost od předmětu, jestliže je obraz 4krát větší než předmět.

6.102 Určete zvětšení obrazu předmětu výšky 12 mm, je-li umístěn ve vzdálenosti 1,75f od čočky (f je ohnisková vzdálenost čočky).

6.103 Spojka vytváří skutečný a převrácený obraz ve vzdálenosti 40 cm od předmětu. Obraz má poloviční výšku než předmět (obr. 6-103 [6-30]). Určete ohniskovou vzdálenost použité čočky a její vzdálenost od předmětu.



Obr. 6-103

6.104 Jak daleko od spojky s ohniskovou vzdáleností 12 cm musí být umístěn předmět, aby jeho skutečný obraz byl 2krát větší než předmět?

6.105 Předmět o výšce 2 cm je zobrazen spojkou a na stínítku má výšku 6 cm. Jestliže byl předmět posunut o 2 cm blíže k čočce, velikost obrazu na stínítku se zdvojnásobila. Určete ohniskovou vzdálenost čočky.

6.106 Spojkou o optické mohutnosti 10 D je vytvořen na stínítku obraz plamene, který má stejnou velikost jako skutečný plamen. O jakou vzdálenost a jakým směrem musíme posunout čočku, aby obraz plamene byl dvojnásobný?

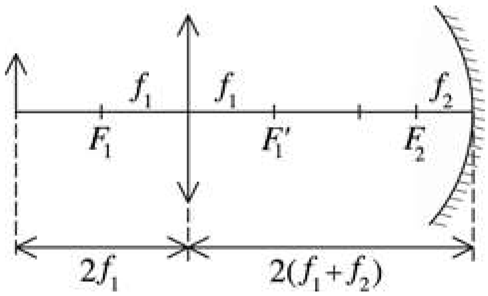
6.107 Sbíhavý svazek paprsků dopadá na spojnou čočku o optické mohutnosti 5 D tak, že by se proťaly za čočkou na její optické ose 20 cm od optického středu čočky. V jaké vzdálenosti protnou paprsky optickou osu čočky po průchodu čočkou?

6.108 Předmět a stínítko, na němž vytváří spojná čočka skutečný obraz, jsou ve vzájemné vzdálenosti 1,0 m. Když čočku přemísťujeme mezi předmětem a stínítkem, vznikne ostrý obraz při dvou polohách čočky, které jsou ve vzájemné vzdálenosti 60 cm. Určete ohniskovou vzdálenost čočky.

6.109 Bodový zdroj světla je umístěn na optické ose tenké čočky ve vzdálenosti od optického středu čočky, která je rovna dvojnásobku ohniskové vzdálenosti čočky. V jaké vzdálenosti na opačné straně čočky je třeba umístit rovinné zrcadlo kolmo k optické ose, aby paprsky odražené od zrcadla byly po opětném průchodu čočkou rovnoběžné s její optickou osou?

6.110 Předmět je umístěn 1,0 m před spojkou o ohniskové vzdálenosti 0,50 m. Za čočkou je ve vzdálenosti 2,0 m rovinné zrcadlo kolmé k optické ose čočky. a) Určete polohu výsledného obrazu, který vidíme při pohledu přes čočku, vzhledem k poloze čočky. b) Je výsledný obraz skutečný, nebo zdánlivý? c) Je výsledný obraz vzpřímený, nebo převrácený? d) Jaké je zvětšení obrazu?

6.111 Optická soustava je tvořena spojkou a dutým zrcadlem. Vzájemné vzdálenosti těchto optických prvků jsou vyznačeny na obr. 6-111 [6-31]. Proveďte konstrukci obrazu.



Obr. 6-111

6.112 Na duté zrcadlo umístěné ve vodorovné poloze je nalita tenká vrstva vody (n = 1,33). Poloměr křivosti zrcadla je 16 cm. Určete ohniskovou vzdálenost této optické soustavy.

6.113 Čočky s optickými mohutnostmi 5,0 D a 2,5 D jsou na společné optické ose ve vzájemné vzdálenosti 80 cm. Jaký obraz vytváří tato optická soustava, jestliže předmět je ve vzdálenosti 30 cm od první čočky? Proveďte grafickou konstrukci obrazu.

6.114 Spojka s ohniskovou vzdáleností +20 cm je umístěna na společné optické ose s rozptylkou o ohniskové vzdálenosti –15 cm. Vzájemná vzdálenost čoček je 10 cm. Předmět je umístěn 40 cm před spojkou. Určete polohu obrazu vytvořeného touto optickou soustavou a určete vlastnosti obrazu.

6.115 Předmět je 20 cm od spojky s ohniskovou vzdáleností +10 cm. Další spojka o ohniskové vzdálenosti +12,5 cm je 30 cm vpravo od první čočky na společné optické ose. Obraz vytvořený první čočkou budeme z hlediska druhé čočky považovat za předmět. Určete polohu výsledného obrazu a jeho poměrnou velikost vzhledem k původnímu předmětu. Proveďte konstrukci chodu paprsků a určete vlastnosti obrazu.

6.116 Dvě tenké čočky o ohniskových vzdálenostech f_1, f_2 jsou přiloženy těsně k sobě. Dokažte, že pro ohniskovou vzdálenost výsledné optické soustavy platí vztah:

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}.$$

6.117 Člověk vidí nejlépe, když předměty pozoruje ze vzdálenosti 12,5 cm. Jakého druhu je vada jeho oka a jaké čočky do brýlí mu doporučíte? Odpověď zdůvodněte výpočtem.

6.118 Krátkozraký člověk vidí ostře do vzdálenosti 50 cm od oka. Určete optickou mohutnost čoček jeho brýlí, které mu umožní vidět ostře velmi vzdálené předměty.

6.119 Člověk používá brýle s čočkami o optické mohutnosti +2,75 D. Určete vzdálenost od oka, ve které by musel držet knihu při čtení bez brýlí.

6.120 Krátkozraký člověk může akomodovat oko v intervalu 10 cm až 50 cm. V jaké nejmenší vzdálenosti od oka musí držet při čtení knihu, jestliže si nasadí brýle, kterými dobře vidí vzdálené předměty?

6.121 Dalekozraký a krátkozraký člověk pozoruje scénu v divadle divadelním kukátkem. Který z nich musí více vysunout objektiv kukátka?

6.122 Dalekozraký člověk, který vidí předměty ostře ve vzdálenosti 50 cm, pozoruje předmět lupou o optické mohutnosti 20 D. V jaké vzdálenosti od lupy umístí předmět, aby ho viděl ve stejné vzdálenosti?

6.123 Čočku z brýlí lze použít také jako lupu. Jakou vadu oka měl člověk, z jehož brýlí jsme pro tento účel čočku použili? Jakého zvětšení dosáhneme pomocí čočky s optickou mohutností 8 D při pozorování předmětu okem akomodovaným na konvenční zrakovou vzdálenost?

6.124 Když pod vodou otevřeme oči, vidíme předměty neostře, kdežto přes sklo potápěčských brýlí vidíme normálně. Objasněte.

6.125 Fotografickým přístrojem, jehož objektiv má ohniskovou vzdálenost 75 mm, fotografujeme osobu vysokou 180 cm ze vzdálenosti 27 m. Jakou výšku bude mít postava na filmu?

6.126 Předmět vyfotografovaný ze vzdálenosti 5 m má na negativu výšku 10,10 mm a při fotografování ze vzdálenosti 8 m je výška obrazu 6,29 mm. Určete ohniskovou vzdálenost objektivu.

6.127 Ohniskovou vzdálenost objektivu zpětného projektoru určíme následujícím způsobem. Na pracovní plochu projektoru položíme průhledné pravítko s milimetrovým dělením a obraz pravítka promítneme na projekční plochu. Na ní změříme vzdálenost odpovídající např. 1 cm pravítka. Dále změříme vzdálenost pracovní plochy projektoru od středu optické soustavy objektivu (u dvoučočkového, tzv. periskopického objektivu projektoru Meotar je to vzdálenost k ose, kolem které lze objektiv naklánět). Měřením bylo zjištěno, že 1,0 cm na pravítku odpovídá vzdálenost 4,0 cm na projekční ploše. Vzdálenost pracovní plochy od objektivu je 44 cm. Určete ohniskovou vzdálenost objektivu. Ověřte experimentálně.

6.128 Diaprojektor je vybaven dvěma vyměnitelnými objektivy o ohniskových vzdálenostech 100 mm a 60 mm. Který objektiv použijeme v malé místnosti a který ve větší místnosti? Odpověď zdůvodněte. V jakém poměru budou velikosti obrazu při určité vzdálenosti diaprojektoru od projekční plochy?

6.129 Obrazové políčko diapozitivu má rozměr 24 mm × 36 mm. V jaké vzdálenosti od projekční plochy musíme umístit diaprojektor, aby šířka obrazu odpovídala velikostí projekční plochy 130 cm × 130 cm? Výpočet proveďte pro objektivy z předcházející úlohy.

6.130 Kromě diapozitivů s rozměrem obrazového políčka 24 mm × 36 mm (v rámečku 5 cm × 5 cm) se používají také diapozitivy 6 cm × 6 cm (v rámečku 7 cm × 7 cm). Podle rozměru diapozitivu pak použijeme objektiv buď s větší, nebo s menší ohniskovou vzdáleností. Určete ohniskové vzdálenosti objektivů, kterými ze vzdálenosti 5 m vytvoříme obraz šířky 1,8 m.

6.131 Videokamera je opatřena transfokátorem, jehož ohnisková vzdálenost se může měnit od 20 mm do 80 mm. Jakou ohniskovou vzdálenost nastavíme při snímání celého objektu a jeho detailu? Odpověď zdůvodněte. V jakém rozsahu se bude měnit zvětšení objektu ve vzdálenosti 5 m od objektivu při použití transfokátoru s uvedenými hodnotami ohniskové vzdálenosti?

6.132 Pro fotografování portrétů se používají objektivy s delší ohniskovou vzdáleností, kdežto pro fotografování architektury jsou vhodné objektivy s krátkou ohniskovou vzdáleností. Proč?

6.133 Mikroskop má objektiv o ohniskové vzdálenosti 5 mm, okulár má ohniskovou vzdálenost 50 mm a optický interval mikroskopu je 15 cm. Určete zvětšení mikroskopu, jestliže předmět pozorujeme okem akomodovaným na nekonečno.

6.134 Keplerův dalekohled s objektivem o ohniskové vzdálenosti 24 cm je nastaven na nekonečno. O jakou vzdálenost je třeba posunout okulár dalekohledu při jeho přeostření na vzdálenost 10 m?

6.135 Keplerův dalekohled má objektiv o ohniskové vzdálenosti 1,0 m a okulár má ohniskovou vzdálenost 5,0 cm a 25 cm od okuláru je projekční stínítko, na němž lze projekcí vytvořit obraz Slunce. Určete vzdálenost mezi objektivem a okulárem a průměr obrazu Slunce, je-li jeho úhlový průměr 30´.

6.4 Energie záření

6.136 Nad středem stolu s kruhovou stolní deskou o poloměru 60 cm je ve výšce 80 cm zavěšena lampa o svítivosti 100 cd, která vyzařuje světlo rovnoměrně do prostoru. Určete osvětlení středu stolu a jeho okrajů.

6.137 Nejjednodušším prostředkem, který umožňuje porovnávat osvětlení ze dvou zdrojů, je bílý papír, v jehož středu je mastná skvrna. Pokud je osvětlení papíru z obou stran stejné, skvrna není viditelná. Jedna strana papíru je osvětlena zdrojem světla o svítivosti 25 cd a druhou stranu osvětluje zdroj o svítivosti 40 cd. Oba zdroje jsou ve vzájemné vzdálenosti 1,2 m. Kde je třeba umístit papír s mastnou skvrnou, abychom skvrnu neviděli?

6.138 Bílý list papíru formátu A4 (210 mm × 297 mm) je umístěn tak, že na jeho povrch dopadají kolmo sluneční paprsky a světelný tok slunečního záření je 360 lm. Abychom zmenšili osvětlení papíru, pootočíme ho o 30° kolem osy kolmé k paprskům. Určete osvětlení papíru.

6.139 Měsíc v úplňku může za ideálních podmínek způsobit osvětlení povrchu Země 0,2 lx. V jaké vzdálenosti od osvětlené plochy musí být svíčka o svítivosti 1 cd, aby při kolmém dopadu světla bylo osvětlení plochy stejné?

6.140 Na stožárech ve výšce 3,0 m nad zemí ve vzájemné vzdálenosti 4,0 m jsou umístěny dva stejné zdroje světla o svítivosti 200 cd. Určete průběh osvětlení povrchu země podél spojnice pat obou stožárů. Srovnejte osvětlení u paty stožáru a uprostřed mezi stožáry.

6.141 Při kopírování fotografického snímku ve fotolaboratoři byl negativ osvětlen ze vzdálenosti 60 cm po dobu 9 s. Jak je třeba změnit dobu osvitu, jestliže zdroj světla přiblížíme k negativu o vzdálenost 20 cm?

6.142 Na projekční plochu biografu o rozměrech 5,0 m × 3,6 m dopadá z objektivu filmového projektoru světelný tok $1{,}8 \cdot 10^{3}$ lm. Určete osvětlení projekční plochy.

6.143 Diaprojektorem, jehož objektiv má ohniskovou vzdálenost 20 cm, je promítán diapozitiv s obrazovým políčkem 24 mm × 36 mm. Diapozitiv je ve vzdálenosti 20,5 cm od středu čočky a z projekční žárovky na něj dopadá světelný tok 120 lm. Určete osvětlení projekční plochy.

6.144 V určité vzdálenosti od bodového zdroje světla je umístěno stínítko (spojnice zdroje světla a středu stínítka je kolmá na povrch stínítka). Jak se změní osvětlení ve středu stínítka, jestliže na druhou stranu od zdroje umístíme ve stejné vzdálenosti jako stínítko rovinné zrcadlo?

6.145 V ohnisku dutého kulového zrcadla o poloměru křivosti 1,0 m je umístěn bodový zdroj světla. Určete osvětlení uprostřed stínítka ve vzdálenosti 2,0 m od zrcadla, jestliže bez zrcadla je v tomto bodě osvětlení 40 lx.

6.146 Určete energii a hmotnost fotonů krajních vlnových délek spektra viditelného záření. (fialová – 390 nm, červená – 760 nm)

6.147 Jakému druhu elektromagnetického záření přísluší fotony, jejichž energie je a) $2 \cdot 10^{-17}$ J, b) $4 \cdot 10^{-19}$ J, c) $3 \cdot 10^{-23}$ J?

6.148 Kovová destička se působením rentgenového záření elektricky nabila. Určete polaritu elektrického náboje.

6.149 Určete vlnovou délku záření, jehož foton má stejnou energii, jakou získá elektron při průchodu dvěma body elektrického pole, v nichž je rozdíl potenciálů 4,1 V.

6.150 Určete vlnovou délku fotonu, jehož hmotnost je rovna klidové hmotnosti elektronu.

6.151 Cvičené oko nacházející se delší dobu ve tmě může zachytit světelný podnět ze zdroje světla při nejmenším vyzářeném výkonu $2{,}1 \cdot 10^{-17}$ W. Určete, kolik fotonů světla o vlnové délce 500 nm dopadá každou sekundu na sítnici oka.

6.152 Nastane vnější fotoelektrický jev, jestliže měděnou elektrodu osvětlíme světlem o vlnové délce 400 nm? Výstupní práce mědi je 4,47 eV.

6.153 Vnější fotoelektrický jev nastane u stříbrné elektrody při nejdelší vlnové délce světla 260 nm. Určete výstupní práci stříbra.

6.154 Zinková elektroda je ozářena ultrafialovým zářením o vlnové délce 320 nm. Jakou největší rychlost mají elektrony uvolněné ze zinku při vnějším fotoelektrickém jevu? Výstupní práce zinku je 3,74 eV.

6.155 Výstupní práce sodíku je 2,28 eV. Lze vyvolat vnější fotoelektrický jev zářením o vlnové délce 500 nm? Odpověď zdůvodněte výpočtem.

6.156 Při osvětlení fotonky jí prochází proud elektronů emitovaných z fotokatody pokryté cesiem. Tento proud byl potlačen vytvořením rozdílu potenciálů 1,2 V mezi elektrodami. Určete vlnovou délku světla, kterým byla fotonka osvětlena. Výstupní práce cesia je 1,93 eV.

6.1 Základní pojmy optiky

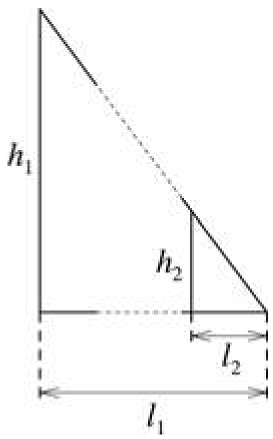
R6.1 t = 2,6 s, $c = 3 \cdot 10^8\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$; r = ?

Světlo urazí celkovou vzdálenost $s = ct$. Vzdálenost Měsíce $r = ct/2 \approx 3{,}9 \cdot 10^8$ m.

R6.2 l_1 = 370 m, l_2 = 208 cm = 2,08 m, h_2 = 180 cm = 1,80 m; h_1 = ?

Obr. R6-2. Eiffelova věž a její stín tvoří odvěsny pravoúhlého trojúhelníku, který je podobný trojúhelníku vytvořeného postavou turisty a jeho stínem. Platí:

$$\frac{h_1}{l_1} = \frac{h_2}{l_2} \Rightarrow h_1 = h_2 \frac{l_1}{l_2} = 320\ \mathrm{m}$$



Obr. R6-2

R6.3 h = 1,7 m, $v = 1\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, l_1 = 1,8 m, t = 2,0 s, l_2 = 1,3 m; H = ?

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{h}{l_1} = \frac{H}{l_1 + x}$$
$$\mathrm{tg}\beta = \frac{h}{l_2} = \frac{H}{l_2 + x - vt}$$

Řešením těchto rovnic vypočítáme H:

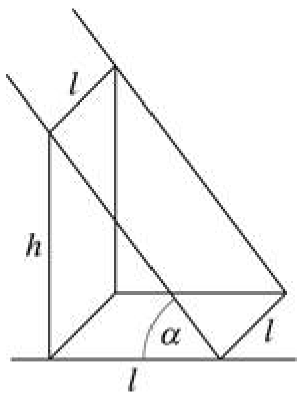
$$H = h\frac{vt + l_1 - l_2}{l_1 - l_2} = 8{,}5\ \mathrm{m}$$

R6.4 h = 2,0 m, l = 1,2 m; α = ?

Aby vznikl čtverec, musí být průmět výšky okna na podlaze roven šířce okna (obr. R6-4).

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{h}{l} \Rightarrow \alpha = \mathrm{arctg}\frac{h}{l} = 59°$$

Slunce se musí nacházet v rovině rovnoběžné s plochou okna a v úhlové výšce nad obzorem 59°.



Obr. R6-4

R6.5 r_M = 380 000 km = 3,8 · 10^8 m; d_M = ?

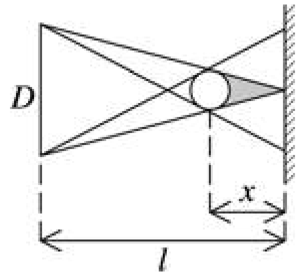
Pravítko podržíme v napjaté ruce a zjistíme průměr měsíčního kotouče v mm. Při vzdálenosti pravítka l = 55 cm od oka je průměr Měsíce přibližně d = 5 mm.

$$\frac{d_\mathrm{M}}{r_\mathrm{M}} = \frac{d}{l}$$
$$d_\mathrm{M} = \frac{5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} \cdot 3{,}8 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m}}{0{,}55\ \mathrm{m}} \approx 3{,}5 \cdot 10^{6}\ \mathrm{m} = 3\,500\ \mathrm{km}$$

R6.6 D = 20 cm = 0,2 m, l = 2 m, d = 8 cm = 0,08 m; x = ?

Plný stín nevznikne při poloze míčku patrné z obr. R6-6 [V6-1]:

$$\frac{D}{l} = \frac{d}{x} \Rightarrow x = \frac{dl}{D} = 0{,}8\ \mathrm{m}$$

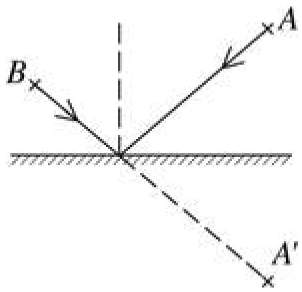


Obr. R6-6

R6.7 Obě rychlosti jsou stejné.

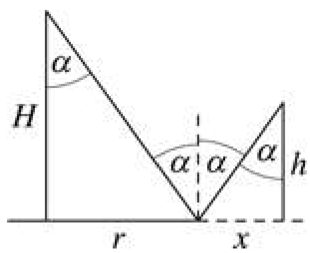
R6.8 Astronaut by pozoroval zatmění Slunce.

R6.9 Obr. R6-9 [V6-2]. Zkonstruujeme bod A', souměrně sdružený podle přímky rozhraní. Bod odrazu je průnikem přímky $A'B$ a rozhraní.



Obr. R6-9

R6.10 r = 5 m, H = 3 m, h = 1,8 m; x = ?



Obr. R6-10

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{r}{H} = \frac{x}{h} \Rightarrow x = r\frac{h}{H} = 3\ \mathrm{m}$$

R6.11 α = 52°; β = ?

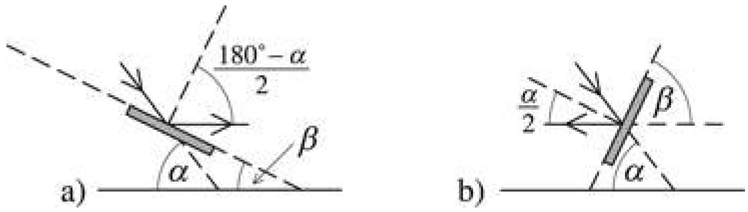
Obr. R6-11 [V6-3]. Poněvadž je odražený paprsek vodorovný, svírá zrcadlo s vodorovnou rovinou úhel β = 90° – γ (γ je úhel dopadu světelného paprsku na zrcadlo, popř. odrazu od zrcadla):

a) $\gamma = \dfrac{180^\circ - \alpha}{2}$

$\beta = 90^\circ - \gamma = \dfrac{\alpha}{2} = 26^\circ$

b) $\gamma = \dfrac{\alpha}{2}$

$\beta = 90^\circ - \gamma = 64^\circ$



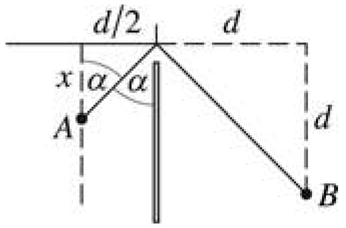
Obr. R6-11

R6.12 d = 3 m; x = ?

Pozorovatel v bodě A uvidí osobu v bodě B v okamžiku, kdy úhel dopadu α světelného paprsku bude 45° (obr. R6-12).

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{x}{d/2}$$

$$x = \frac{d \cdot \mathrm{tg}\alpha}{2} = 1{,}5\ \mathrm{m}$$



Obr. R6-12

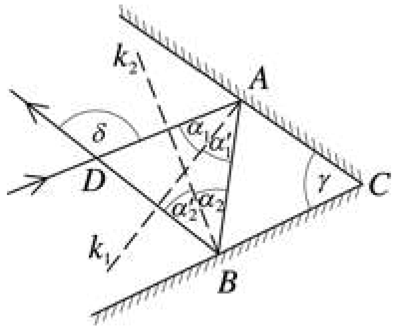
R6.13 Podle zákona odrazu platí (R6-13 [obr. 6-3]):

$\alpha_1 = \alpha_1', \alpha_2 = \alpha_2'$

Z trojúhelníku ABC je zřejmé, že $\gamma = \alpha_1 + \alpha_2$. Podobně z trojúhelníku ABD najdeme pro odchylku paprsků vztah:

$\delta = 2\alpha_1 + 2\alpha_2 = 2\gamma$

Odchylka paprsků po odrazu od zrcadel je 2γ.



Obr. R6-13

R6.14 v = 1,5 cm · s^{-1}; v' = ?

Zdroj se musí pohybovat dvojnásobnou rychlostí, tzn. 3 cm · s^{-1}, ve stejném směru jako zrcadlo.

R6.15 v_Z = 2,0 cm · s^{-1}, v_S = 3,0 m · s^{-1}; v = ?

$$v = \sqrt{(2v_Z)^2 + v_S^2} = 5\ \mathrm{cm \cdot s^{-1}}$$

$$\mathrm{tg}\alpha = \frac{2v_Z}{v_S} \Rightarrow \alpha = 53°$$

R6.16 Světelné paprsky mohou být křivočaré v opticky nestejnorodém prostředí, kde je v různých místech různý index lomu.

R6.17 $n_l < n_v$

$$n_l = \frac{c}{v_l},\ n_v = \frac{c}{v_v} \Rightarrow v_l > v_v$$

Rychlost světla v ledu je větší než ve vodě.

R6.18. $n_č$ = 1,331, n_f = 1,343, c = 3 · 10^8 m · s^{-1}; $v_č$ = ?, v_f = ?

$$n_č = \frac{c}{v_č} \Rightarrow v_č = \frac{c}{n_č} = 225\,400\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$$

$$n_f = \frac{c}{v_f} \Rightarrow v_f = \frac{c}{n_f} = 223\,400\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$$

R6.19 $\lambda_č$ = 760 nm = 7,6 · 10^{-7} m, $n_č$ = 1,329, λ_f = 400 nm = 4,0 · 10^{-7} m, n_f = 1,343; v_f = ?, $v_č$ = ?

$$v_f = \frac{c}{n_f} = 223\,400\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$$

$$v_č = \frac{c}{n_č} = 225\,700\ \mathrm{km \cdot s^{-1}}$$

R6.20 $n_č$ = 1,510, n_f = 1,531, α = 60°; $\Delta\beta$ = ?

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta_č} = n_č \Rightarrow \beta_č = \arcsin\frac{\sin\alpha}{n_č} = 35{,}0°$$
$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta_f} = n_f \Rightarrow \beta_f = \arcsin\frac{\sin\alpha}{n_f} = 34{,}4°$$
$$\Delta\beta = \beta_č - \beta_f = 0{,}55° \approx 33'$$

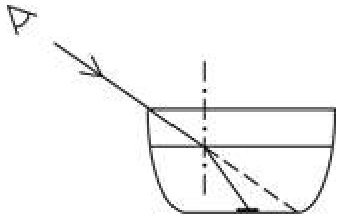
R6.21 Změny teploty vzduchu mají za následek změnu indexu lomu vzduchu a to má vliv na směr, ve kterém předměty vidíme.

R6.22 Poněvadž index lomu vzduchu je poněkud větší než 1, nastává lom světelného paprsku, který přechází z vakua ve vesmíru do vzdušného obalu Země.

R6.23 $\alpha = 40°$, $\beta = 25°$; $n = ?$

$$n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{0{,}643}{0{,}423} \approx 1{,}5$$

R6.24 Nastává lom světelného paprsku podle obr. R6-24 [V6-4].

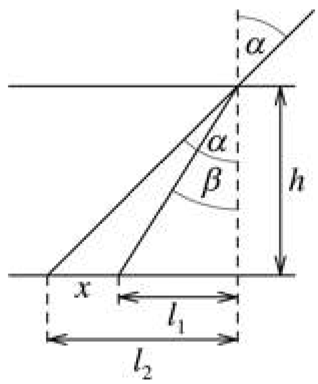


Obr. R6-24

R6.25 $\alpha = 45°$, $n_v = 1{,}33$, $h = 0{,}40$ m; $x = ?$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_v \Rightarrow \sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n_v}$$
$$\beta \approx 32°$$
$$x = l_2 - l_1 = h(\mathrm{tg}\alpha - \mathrm{tg}\beta) \approx 0{,}15\ \mathrm{m} = 15\ \mathrm{cm}$$

Obr. R6-25.



Obr. R6-25

R6.26 $n_v = 1{,}33$, $\alpha_v = 40°$, $n_s = 1{,}50$, $\beta_v = \beta_s$; $\alpha_s = ?$

$$\frac{\sin\alpha_v}{\sin\beta} = n_v, \frac{\sin\alpha_s}{\sin\beta} = n_s$$

$$\frac{\sin\alpha_v}{n_v} = \frac{\sin\alpha_s}{n_s} \Rightarrow \alpha_s = \arcsin\frac{n_s}{n_v}\sin\alpha_v \approx 46°\ 30'$$

R6.27 $\alpha = 35°$, $n_v = 1{,}33$, $n_s = 1{,}50$; $\beta = ?$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_s}{n_v} \Rightarrow \beta = \arcsin\frac{n_v}{n_s}\sin\alpha \approx 30°\ 30'$$

R6.28 $n = 1{,}7$, $\beta = \alpha/2$; $\alpha = ?$

Poněvadž úhel dopadu β musí splňovat podmínku $\beta = \alpha/2$, napíšeme zákon lomu ve tvaru

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha/2} = n.$$

Použijeme vzorec pro funkci dvojnásobného argumentu sin $2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ a vztah pro zákon lomu upravíme na tvar

$$\frac{2\sin\alpha/2\cos\alpha/2}{\sin\alpha/2} = n.$$

Odtud dostaneme

$$\cos\alpha/2 = n/2 = 0{,}85$$

a úhel dopadu

$$\alpha \approx 63°\ 30'.$$

R6.29 $n = 1{,}33$, $\beta = \alpha - 10°$; $\alpha = ?$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin(\alpha - 10°)} = n$$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha\cos 10° - \cos\alpha\sin 10°} = \frac{1}{\cos 10° - \mathrm{cotg}\,\alpha\sin 10°} = n$$

$$\mathrm{cotg}\,\alpha = \frac{\cos 10° - \frac{1}{n}}{\sin 10°} = \mathrm{cotg}\,10° - \frac{1}{n\sin 10°} = 1{,}34$$

$$\alpha \approx 36°\ 40'$$

R6.30 $\alpha = 53°$, $90° - \alpha + 90° - \beta = 90° \Rightarrow \alpha + \beta = 90°$; $n = ?$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{\sin\alpha}{\sin(90° - \alpha)} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \mathrm{tg}\,\alpha = n = 1{,}33$$

R6.31 $n_v = 1{,}33$, $n_s = 1{,}5$, $\alpha + \beta = 60°$; $\alpha = ?$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{\sin\alpha}{\sin(60°-\alpha)}=\frac{n_s}{n_v}$$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin 60°\cos\alpha-\cos\ 60°\sin\alpha}=\frac{1}{\sin 60°\operatorname{cotg}\alpha-\cos 60°}=\frac{n_s}{n_v}$$

$$\operatorname{cotg}\alpha=\frac{n_v}{n_s\sin 60°}+\operatorname{cotg} 60°=1{,}6$$

$$\alpha=32°$$

R6.32 $\beta_1 = 36°$, $\beta_2 = 20°$, $\alpha_2 = 90° - \alpha_1$; $n = ?$

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\beta_1}=\frac{\sin(90°-\alpha_1)}{\sin\beta_2}=\frac{\cos\alpha_1}{\sin\beta_2}$$

$$\operatorname{tg}\alpha_1=\frac{\sin\beta_1}{\sin\beta_2}=1{,}72,\ \alpha_1\approx 60°$$

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\beta_1}=n\approx 1{,}5$$

R6.33 $n = 1{,}6$, $\alpha_1 = 30°$, $\alpha_2 = 60°$; $\beta = ?$

a) $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\beta}=\frac{1}{n}\ \Rightarrow\ \sin\beta=n\sin\alpha_1=0{,}8$

$\beta\approx 53°$

b) Úhel dopadu je větší než mezní úhel ($\sin\ \alpha_m = 1/1{,}6 = 0{,}63$, $\alpha_m \approx 39° < \alpha_2$). Nastává úplný odraz světla pod úhlem 60°.

R6.34 $a = 8$ m, $b = 6$ m, $h = 2$ m; $a' = ?$, $b' = ?$

Paprsky rozptýleného světla dopadají na hladinu jezera pod nejrůznějšími úhly. Přitom paprskům dopadajícím do protilehlých bodů *A* a *B* okraje voru pod úhly blízkými 90° odpovídají největší úhly lomu β a paprsky dopadají na dno jezera v bodech *A'*, *B'*. Vzdálenost $a' = |A'B'|$ odpovídá šířce plného stínu. Z obr. R6-34 [6-7] je patrné, že

$a' = a - 2h\ \operatorname{tg}\beta.$ (1)

Poněvadž úhel dopadu $\alpha = 90°$, platí:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{1}{\sin\beta}=n$$

Vyjádříme-li $\operatorname{tg}\beta$ pomocí funkce sinus, dostaneme:

$$\operatorname{tg}\beta=\frac{\sin\beta}{\cos\beta}=\frac{\sin\beta}{\sqrt{1-\sin^2\beta}}=\frac{1}{\sqrt{n^2-1}}$$

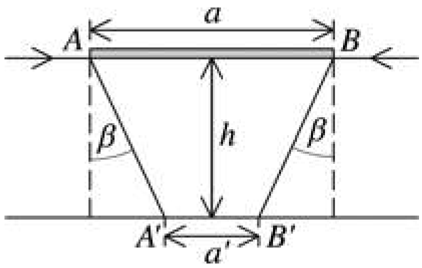
Dosazením výsledku do vztahu (1) dostaneme:

$$a' = a - \frac{2h}{\sqrt{n^2 - 1}} = 3{,}4\ \text{m}$$

Obdobně vypočítáme druhý rozměr plného stínu a dostaneme:

$$b' = b - \frac{2h}{\sqrt{n^2 - 1}} \approx 1{,}4\ \text{m}$$

Plný stín má rozměr přibližně 3,4 m × 1,4 m.



Obr. R6-34

R6.35 h = 90 cm = 0,9 m, a = 1,10 m; n = ?

Z obr. 6-35 [6-8] vyplývá:

$$\text{tg}\,\beta = \frac{\sin\beta}{\sqrt{1-\sin^2\beta}} = \frac{a}{h}$$

$$\sin\beta = \frac{a}{\sqrt{h^2 + a^2}}$$

$$n = \frac{\sin 90°}{\sin\beta} = \frac{\sqrt{h^2 + a^2}}{a} = 1{,}3$$

R6.36 Jestliže úhel dopadu α je malý, pak sin $\alpha \approx \alpha$ a sin $\beta \approx \beta$. Podle obr. 6-36 [6-9] platí:

$$\alpha = \frac{l_1}{d},\ \beta = \frac{l_2}{d}$$

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} \approx \frac{\alpha}{\beta} = n$$

$$a = l_1 - l_2 = d(\alpha - \beta) = d\left(\alpha - \frac{\alpha}{n}\right) = \alpha d\left(\frac{n-1}{n}\right)$$

R6.37 Povrch malých bublinek je více zakřiven než u větších bublin, takže převážná část paprsků dopadá na povrch bublinky pod větším úhlem, než je mezní úhel pro dané rozhraní.

R6.38 n_d = 2,40, n_v = 1,33; α_m = ?

Pro mezní úhel platí:

$$\sin\alpha_{m} = \frac{1}{n}$$

$$\sin\alpha_{md} = 0{,}42 \sim \alpha_{md} = 24° \, 40'$$

$$\sin\alpha_{mv} = 0{,}75 \sim \alpha_{mv} = 48° \, 50'$$

$$\sin\alpha_{mdv} = \frac{n_{v}}{n_{d}} = 0{,}55 \sim \alpha_{mdv} = 33° \, 40'$$

R6.39 $\alpha = 45°$; n = ?

Musí být splněna podmínka $\alpha \geq \alpha_m$.

$$\sin\alpha \geq \frac{1}{n} \Rightarrow n \geq \frac{1}{\sin 45°} = 1{,}41$$

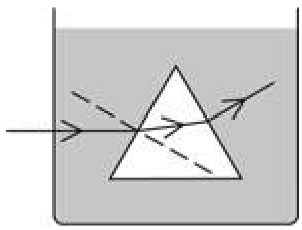
R6.40 $n = 1{,}52$, $n_1 = 1{,}0$, $n_2 = 1{,}33$; φ = ?

Úhel dopadu paprsku na vnitřní lámavou hranu je roven lámavému úhlu φ.

a) $\sin\varphi_1 = \frac{n_1}{n} = 0{,}66 \Rightarrow \varphi_1 \approx 41°$

b) $\sin\varphi_2 = \frac{n_2}{n} = 0{,}87 \Rightarrow \varphi_2 \approx 61°$

R6.41 Obr. R6-41 [V6-5].



Obr. R6-41

R6.42 $n = 1{,}4$, $\varphi = 30°$; φ_m = ?

Úhel dopadu paprsku v bodě A je roven lámavému úhlu hranolu φ. Paprsek vystoupí z hranolu, když $\varphi_m > \varphi$.

$$\sin\varphi_{m} = \frac{1}{n} = 0{,}71 \sim \varphi_{m} = 45° \, 35' > \varphi$$

Paprsek z hranolu vystoupí.

R6.43 $n = 1{,}4$; z = ?

Lámavý úhel φ hranolu musí splňovat podmínku $\varphi \geq \varphi_m$.

$$\sin\varphi_m = \frac{1}{n} = 0{,}71 \sim \varphi_m = 45° \, 35'$$

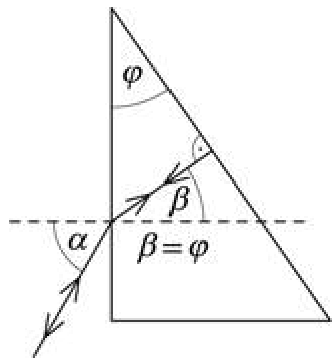
$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{z}{h}$$

$$z = h\operatorname{tg}\varphi = 1{,}02h$$

R6.44 $\varphi = 35°$, $\alpha = 60°$; $n = ?$

Obr. R6-44. Stejný směr jako před odrazem může mít světelný paprsek jen v případě, že na postříbřenou plochu dopadá kolmo. Pak $\beta = \varphi$ a platí:

$$n = \frac{\sin\alpha}{\sin\varphi} = 1{,}5$$



Obr. R6-44

R6.45 $n = 1{,}5$; $r_{min} = ?$

Největší zakřivení může mít skleněná tyčinka v případě, že světelný paprsek nejbližší středu křivosti dopadá na rozhraní skla a vzduchu pod mezním úhlem:

$$\sin\alpha_m = \frac{1}{n} = \frac{r_{min} - d}{r_{min}} \Rightarrow \frac{r_{min}}{d} = \frac{n}{n-1} = 3:1$$

6.2 Vlnové vlastnosti světla

R6.46 Člověk vnímá barvu zelenou, poněvadž barvu světla neurčuje vlnová délka, ale frekvence, která se při přechodu do jiného optického prostředí nemění.

R6.47 Sklo láhve propouští jen zelené světlo, které inkoust pohlcuje. Proto se inkoust při pohledu zvenku bude jevit černý.

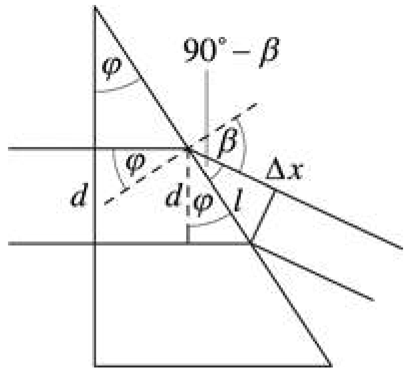
R6.48 Duhové zbarvení je projevem interference světla na tenké vrstvě oxidu železa, jejíž tloušťka není všude stejná.

R6.49 Dvě hvězdy nejsou koherentní zdroje světla, poněvadž jde o dva nezávislé zdroje světla a fáze světelných vlnění se náhodně mění.

R6.50 $\Delta x = \lambda/4$; $\Delta\varphi = ?$

$$\Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta x}{\lambda} = 2\pi\frac{\lambda}{4\lambda} = \frac{\pi}{2}$$

R6.51 n = 1,5, φ = 30°, d = 2 cm = 0,02 m; Δx = ?



Obr. R6-51

$$\cos\varphi = \frac{d}{l}$$

$$\cos(90° - \beta) = \frac{\Delta x}{l}$$

$$\sin\beta = \frac{\Delta x}{d}\cos\varphi$$

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\beta} = \frac{1}{n} \;\Rightarrow\; \sin\beta = n\sin\varphi = \frac{\Delta x}{d}\cos\varphi$$

$$\Delta x = dn\,\mathrm{tg}\varphi \approx 1{,}7\cdot 10^{-2}\ \mathrm{m} = 1{,}7\,\mathrm{cm}$$

R6.52 Δx = 2,0 μm = 2,0 · 10^{-6} m, λ_1 = 660 nm = 6,6 · 10^{-7} m, λ_2 = 570 nm = 5,7 · 10^{-7} m, λ_3 = 400 nm = 4,0 · 10^{-7} m

a) $k_1 = \dfrac{\Delta x}{\lambda_1} \approx 3$; světlo se zesílí

b) $k_2 = \dfrac{\Delta x}{\lambda_2} \approx 3{,}5$; světlo se zeslabí

c) $k_3 = \dfrac{\Delta x}{\lambda_3} \approx 5$; světlo se zesílí

R6.53 λ = 600 nm = 6 · 10^{-7} m, l = 3,0 m, d = 5,0 · 10^{-4} m; y = ?

Z obr. 6-53 [6-16] je patrné, že v bodě B vznikne interferenční maximum, když $\Delta l = l_2 - l_1 = k\lambda$. Platí:

$$l_1^2 = l^2 + \left(y - \frac{d}{2}\right)^2$$

$$l_2^2 = l^2 + \left(y + \frac{d}{2}\right)^2$$

Rovnice odečteme:

$$l_2^2 - l_1^2 = 2yd$$

Výraz upravíme

$$(l_2 - l_1)(l_2 + l_1) = 2yd$$

a odtud

$$l_2 - l_1 = \frac{2yd}{l_2 + l_1}.$$

Jestliže $y << l$, je přibližně $l_2 + l_1 = 2l$ a pro vznik interferenčního maxima platí vztah

$$\Delta l = l_2 - l_1 = \frac{yd}{l} = k\lambda,$$

kde $k = 0, 1, 2, ...$ je řád interferenčního maxima. Pro polohu prvního interferenčního maxima ($k = 1$) platí:

$$y = \frac{l}{d}\lambda = 3{,}6 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}$$

R6.54 a) $l_1 > l$, b) $d_1 < d$, c) $\lambda_1 < \lambda$

Pro polohu prvního interferenčního maxima platí:

$$y = \frac{l}{d}\lambda$$

a) $l_1 > l \Rightarrow$ vzdálenost maxim se zvětší.

b) $d_1 < d \Rightarrow$ vzdálenost maxim se zvětší.

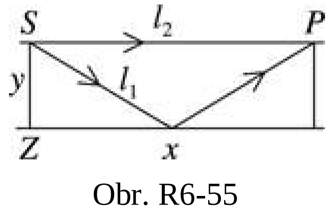
c) $\lambda_1 < \lambda \Rightarrow$ vzdálenost maxim se zmenší.

R6.55 Obr. R6-55.

Aby v bodě B bylo interferenční maximum, musí dráhový rozdíl odpovídat sudému počtu půlvln světelného vlnění ($\Delta l = 2k\,\lambda/2$, $k = 0, 1, 2, ...$).

$$l_1 = 2\sqrt{\left(\frac{x}{2}\right)^2 + y^2} = \sqrt{x^2 + 4y^2},\ l_2 = x$$

$$\Delta x = l_1 - l_2 = \sqrt{x^2 + 4y^2} - x = k\lambda$$



Obr. R6-55

R6.56 Příčinou vzniku interferenčního obrazce v podobě světlých (interferenční maximum) a tmavých proužků je odraz světla od dvou rozhraní klínové vrstvy vzduchu. Světlo prochází horní vrstvou skla (obr. R6-56 [6-18]) a částečně se od ní odráží. Světlo, které projde do vzduchové vrstvy, se odráží od dolního povrchu skleněné destičky a oba odražené paprsky interferují. Poněvadž index lomu skla je větší než index lomu vzduchu, mění se fáze paprsku při odrazu na rozhraní vzduchu a skla v opačnou a pro dráhový rozdíl obou paprsků ve vzdálenosti x od místa dotyku skleněných destiček platí:

$$\Delta s = 2d_x + \frac{\lambda}{2} \quad (1)$$

Aby vzniklo interferenční maximum, musí být splněna podmínka

$$\Delta s = k\lambda, \quad (2)$$

kde k = 1, 2, 3, ... Z obr. R6-56 [6-18] je také patrný vztah mezi průměrem h vlasu, jeho vzdáleností l od místa styku skel a veličin x a d_x:

$$\frac{h}{l} = \frac{d_x}{x} \Rightarrow d_x = \frac{h}{l}x$$

Z rovnic (1) a (2) dostaneme po úpravě vztah pro polohu světlého proužku:

$$x_k = \frac{(2k+1)\lambda l}{4h}$$

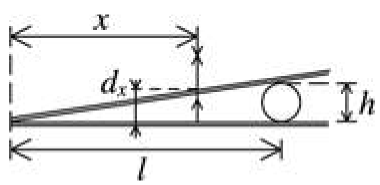
Podobně platí pro sousední proužek, jemuž odpovídá dráhový rozdíl o λ větší, popř. menší:

$$x_{k+1} = \frac{(2k+1)\lambda l}{4h}$$

Pro vzájemnou vzdálenost proužků, které jsou rovnoběžné s osou vlasu, platí:

$$\Delta x = x_{k+1} - x_k = \frac{\lambda l}{2h}$$

Poněvadž všechny tyto veličiny mají pro danou situaci konstantní hodnotu, jsou světlé proužky (ale i tmavé proužky) ve stejných vzájemných vzdálenostech.



Obr. R6-56

R6.57 λ = 600 nm = 6,0 · 10^{-7} m, Δx = 4,0 · 10^{-3} m; α = ?

Využijeme obecné řešení z úlohy 6.56:

$$\Delta x = \frac{\lambda l}{2h}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{l} = \frac{\lambda}{2\Delta x}$$

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{\lambda}{2\Delta x} = 7{,}5 \cdot 10^{-5}\ \text{rad}$$

R6.58 Mýdlový roztok stéká k dolní části rámečku, kde je tloušťka mýdlové vrstvy větší. Proto má interferenční obrazec podobu proužků. Poněvadž vzdálenosti proužků nejsou pravidelné, nemá vrstva přesně klínový tvar.

R6.59 b_1 = 0,020 mm = 2,0 · 10^{-5} m, b_2 = 0,010 mm = 1,0 · 10^{-5} m

$$b \sin \alpha = k\lambda \Rightarrow \alpha = \arcsin \frac{k\lambda}{b}$$

$$\alpha \sim \frac{1}{b}$$

Poněvadž $b_2 < b_1$, vzdálenost ohybových maxim se zvětší.

R6.60 b = 3 · 10^{-4} cm = 3 · 10^{-6} m, λ = 550 nm = 5,5 · 10^{-7} m, k = 1, 2, 3; α = ?

$$b \sin \alpha = k\lambda$$

$$\sin \alpha_1 = \frac{\lambda}{b} = 0{,}18,\ \alpha_1 \approx 10{,}6°$$

$$\sin \alpha_2 = \frac{2\lambda}{b} = 0{,}37,\ \alpha_2 \approx 21{,}5°$$

$$\sin \alpha_3 = \frac{3\lambda}{b} = 0{,}55,\ \alpha_3 \approx 33{,}4°$$

R6.61 a = 3 · 10^{-6} m, λ = 5,5 · 10^{-7} m, k = 2, 3; y = ?

Pro úhel α_k směru, v němž vzniká ohybové maximum na optické mřížce s periodou a osvětlené světlem o vlnové délce λ, platí:

$$\sin \alpha_k = \frac{k\lambda}{b} \qquad (1)$$

Z obr. R6-61 [6-20] je zřejmé, že platí také:

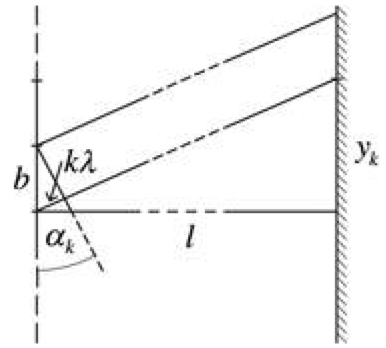
$$\sin \alpha_k = \frac{y_k}{\sqrt{l^2 + y_k^2}} \qquad (2)$$

Z rovnic (1) a (2) úpravou dostaneme pro polohu k-tého interferenčního maxima:

$$y_k = \frac{k\lambda l}{\sqrt{b^2 - k^2\lambda^2}}$$

Pro vzájemnou vzdálenost 2. a 3. interferenčního maxima platí:

$$y = y_3 - y_2 = \lambda l\left(\frac{3}{\sqrt{b^2 - 9\lambda^2}} - \frac{2}{\sqrt{b^2 - 4\lambda^2}}\right) \approx 31{,}7\ \text{cm}$$



Obr. R6-61

R6.62 Z obecného řešení v úloze 6.61 vyplývá, že poloha ohybového spektra určitého řádu

$$y_k = \frac{k\lambda l}{\sqrt{b^2 - k^2\lambda^2}}.$$

Tzn. $y_k \sim l$; při zvětšení vzdálenosti stínítka od mřížky se vzdálenost ohybových maxim se zvětší.

R6.63 $\lambda_f = 400\ \text{nm} = 4{,}0 \cdot 10^{-7}\ \text{m}$, $\lambda_č = 760\ \text{nm} = 7{,}6 \cdot 10^{-7}\ \text{m}$, $k = 2$, $k = 3$; $\Delta\lambda = ?$

Určíme největší úhel pro maximum 2. řádu:

$$\sin\alpha_2 = \frac{2\lambda_č}{b}$$

Určíme vlnovou délku spektra 3. řádu pro úhel α_2:

$$\lambda = \frac{b\sin\alpha_2}{3} = \frac{2}{3}\lambda_č \approx 5{,}1 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 510\ \text{nm}$$
$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_č = 110\ \text{nm}$$

R6.64 $b = 10^{-3}\ \text{m}/120 = 8{,}3 \cdot 10^{-6}\ \text{m}$, $2\alpha = 8°$, $k = 1$; $\lambda = ?$

$\lambda = b \sin \alpha \approx 5{,}8 \cdot 10^{-7}\ \text{m} = 580\ \text{nm}$

R6.65 $l = 1{,}0\ \text{m}$, $\lambda = 760\ \text{nm} = 7{,}6 \cdot 10^{-7}\ \text{m}$, $x = 15{,}2\ \text{cm} = 0{,}152\ \text{m}$, $k = 1$, $\text{tg}\ \alpha \approx \sin \alpha$; $b = ?$

$$b\sin\alpha = k\lambda$$
$$b = \frac{\lambda}{\sin\alpha} \approx \frac{\lambda}{\text{tg}\,\alpha} = \frac{\lambda l}{x} \approx 5 \cdot 10^{-6}\ \text{m}$$

R6.66 $\lambda_1 = 380\ \text{nm} = 3{,}8 \cdot 10^{-7}\ \text{m}$, $\lambda_2 = 760\ \text{nm} = 7{,}6 \cdot 10^{-7}\ \text{m}$, $b = 0{,}01\ \text{mm} = 10^{-5}\ \text{m}$, $l = 3\ \text{m}$, $\text{tg}\ \alpha \approx \sin \alpha$; $\Delta x = ?$

$$\lambda_1 = b\sin\alpha_1 = b\,\mathrm{tg}\,\alpha_1 = b\frac{x_1}{l} \Rightarrow x_1 = \frac{l\lambda_1}{b}$$

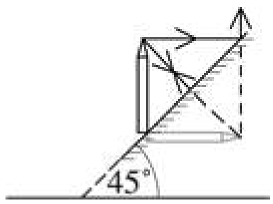
$$\lambda_2 = b\sin\alpha_2 = b\,\mathrm{tg}\,\alpha_2 = b\frac{x_2}{l} \Rightarrow x_2 = \frac{l\lambda_2}{b}$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 = \frac{l}{b} = (\lambda_2 - \lambda_1) \approx 1{,}1 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{m} = 11\,\mathrm{cm}$$

6.3 Zobrazení zrcadlem a čočkou

R6.67 Svazek paprsků bude stejný jako před odrazem.

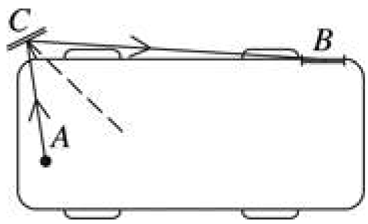
R6.68 Obr. R6-68 [V6-6].



Obr. R6-68

R6.69 Protože řidič automobilu jedoucího před vozem záchranné služby vidí ve zpětném zrcátku stranově převrácený, a tedy správně orientovaný nápis.

R6.70 Obr. R6-70 [V6-7].



Obr. R6-70

R6.71 h = 1,8 m, h' = 0,1 m, l = 1 m; h_1 = ?, h_2 = ?

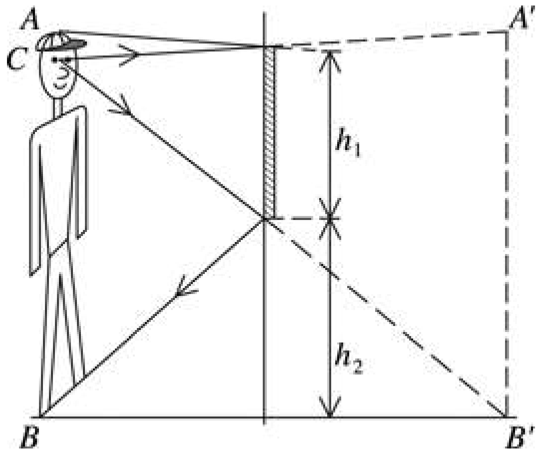
Chod paprsků vycházejících z krajních bodů A a B postavy pozorovatele a odrážejících se od rovinného zrcadla do oka pozorovatele v bodě C je patrný z obr. R6-71 [6 –23]. Odtud je také zřejmé, že výška zrcadla

$$h_1 = \frac{|AC|}{2} + \frac{|BC|}{2} = \frac{h}{2} = 0{,}9\ \mathrm{m}.$$

Podobně najdeme vzdálenost dolního okraje zrcadla od podlahy

$$h_2 = \frac{|AB| - |AC|}{2} = 0{,}85\ \mathrm{m}.$$

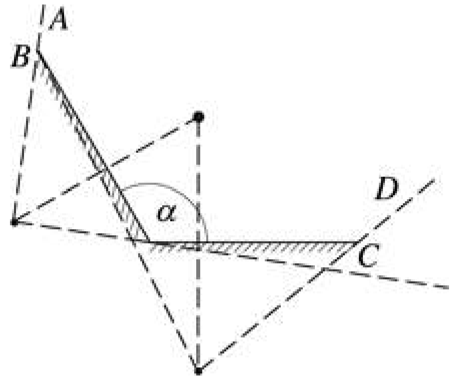
Poněvadž velikost zrcadla a jeho poloha závisí jen na velikosti postavy pozorovatele, nebude třeba při větším odstupu pozorovatele výšku zrcadla ani jeho umístění měnit.



Obr. R6-71

R6.72 Pacient se dívá do zrcadla a tabulka je za jeho zády. Písmena jsou však stranově převrácená.

R6.73 Obr. R6-73 [V6-8]. Zrcadla vytvoří jen dva body, které pozorovatel uvidí při pohledu z prostoru vymezeného body *A*, *B*, *C*, *D*.

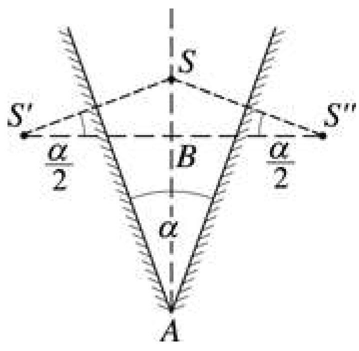


Obr. R6-73

R6.74 l = 12 cm = 0,12 m, α = 30°; $|S'S''|$ = ?

Obr. R6-74 [V6-9].

$$|S'S''| = 2|SS'|\cos(\alpha/2) = 4|SA|\sin(\alpha/2)\cos(\alpha/2) = 2|SA|\sin\alpha = |SA| = 12\text{ cm}$$



Obr. R6-74

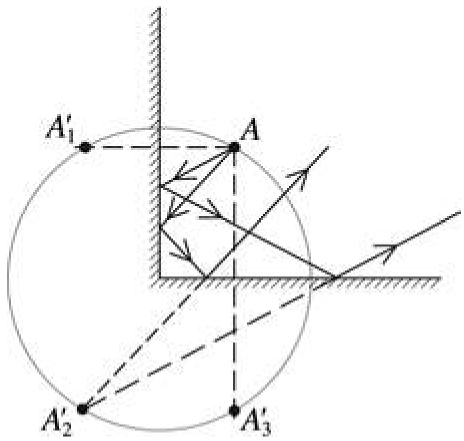
R6.75 α = 90°; n = ?

Obr. R6-75 [V6-10]. Vzniknou tři obrazy: n = 3

Pro řešený případ platí

$$n = \frac{360°}{\alpha} - 1$$.

Tento vztah platí obecně, takže pro $\alpha = 0$ je $n = \infty$.



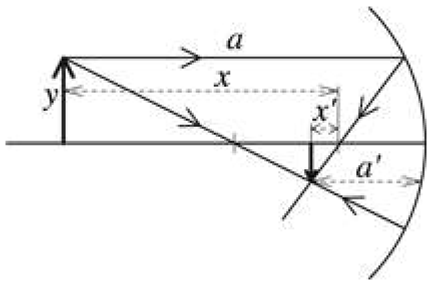
Obr. R6-75

R6.76 Poněvadž lékař umístí zrcátko do malé vzdálenosti od zubu, je $a < f$ a obraz zadní části zubu je zdánlivý, vzpřímený, zvětšený.

R6.77 Vlastnosti obrazu se nezmění, ale vytvoří ho jen část světelných paprsků, proto se zmenší jas obrazu.

R6.78 Obr. R6-78. Platí:

$$a = x + f$$
$$a' = x' + f$$
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f}$$
$$\frac{1}{x+f} + \frac{1}{x'+f} = \frac{1}{f} \Rightarrow xx' = f^2$$

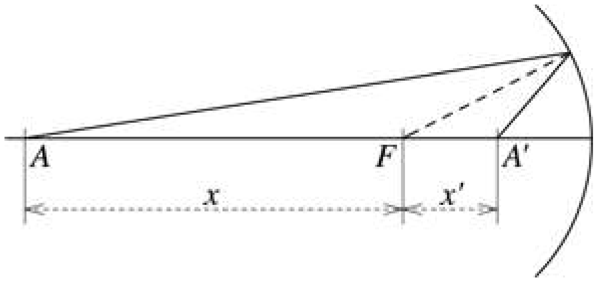


Obr. R6-78

R6.79 x = 36 cm = 0,36 m, x' = 9 cm = 0,09 m; f = ?

Obr. R6-79. Použijeme Newtonovu zobrazovací rovnici (viz úlohu 6.78):

$f = \sqrt{xx'} = 0{,}18 \text{ m} = 18 \text{ cm}$



Obr. R6-79

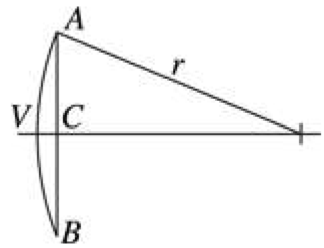
R6.80 $|AB| = 20$ cm = 0,2 m, $|VC| = 2$ cm = 0,02 m; $f = ?$

Obr. R6-80.

$$\left(r - |VC|\right)^2 + \left(\frac{|AB|}{2}\right)^2 = r^2$$

$$r = \frac{|AB|^2}{8|VC|} + \frac{|VC|}{2} = 0{,}26 \text{ m}$$

$$f = \frac{r}{2} = 0{,}13 \text{ m} = 13 \text{ cm}$$



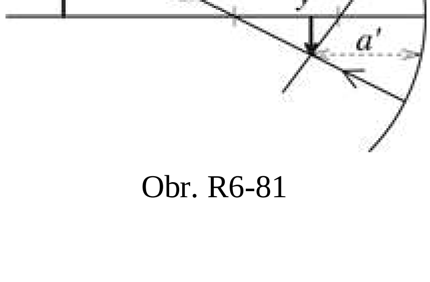
Obr. R6-80

R6.81 $r = 40$ cm = 0,4 m, $y' = y/2$; $a = ?$

Obr. R6-81.

$$Z = \frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow a' = \frac{a}{2}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{a} = \frac{2}{r} \Rightarrow a = \frac{3}{2} r = 0{,}6 \text{ m} = 60 \text{ cm}$$

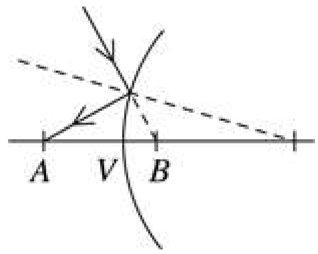


Obr. R6-81

R6.82 $|a| = 30$ cm = 0,3 m, $|a'|$ = 60 cm = 0,6 m; r = ?

Obr. R6-82. Chod světelných paprsků optickou soustavou se nezmění, jestliže zaměníme jejich směr. To odpovídá situaci, kdy paprsky vycházejí ze skutečného zdroje v bodě A a zdánlivě se protínají v bodě B za zrcadlem. Pak $|AV| = a > 0$ a $|VB| = a' < 0$.

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{a'}=\frac{2}{r} \Rightarrow r=2\frac{aa'}{a+a'}=-1{,}2 \text{ m}$$



Obr. R6-82

R6.83 a = 30 cm = 0,30 m, $|Z|$ = 1,5; a' = ?, r = ?

Při daném zvětšení může být obraz skutečný a převrácený ($Z = -1{,}5$), nebo zdánlivý a vzpřímený ($Z = 1{,}5$). Pro první případ platí:

$$Z=-\frac{a'}{a} \Rightarrow a'=-Za=0{,}45 \text{ m}=45 \text{ cm}$$

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{a'}=\frac{2}{r} \Rightarrow r=2\frac{aa'}{a+a'}=0{,}36 \text{ m}=36 \text{ cm}$$

Druhý případ nastane, když $a < f = r/2$:

$$a'=-Za=-0{,}45 \text{ m}=-45 \text{ cm}$$

$$r=2\frac{aa'}{a+a'}=1{,}8 \text{ m}$$

R6.84 $Z = -4$, $a' - a$ = 90 cm = 0,9 m; f = ?

$$Z=-\frac{a'}{a}=\frac{-a'}{a'-0{,}9} \Rightarrow a'=\frac{Z\cdot 0{,}9}{Z+1}=1{,}2 \text{ m}$$

$$a=a'-0{,}9=0{,}3 \text{ m}$$

$$f=\frac{aa'}{a+a'}=0{,}24 \text{ m}=24 \text{ cm}$$

R6.85 $Z = -1/3$, $a_1 = a - 0{,}1$ m, $Z_1 = -1/2$; f = ?

$$Z=-\frac{f}{a-f},\ Z_1=-\frac{f}{a-0{,}1-f}$$

$$f=\frac{0{,}1Z_1}{\frac{Z_1}{Z}(Z-1)-Z_1+1}=0{,}1 \text{ m}=10 \text{ cm}$$

R6.86 r = 40 cm, a = 30 cm; x = ?

Chod paprsků je vyznačen na obr. R6-86 [6-26]. Odtud je zřejmé, že zrcadlo musí být umístěno v polovině vzájemné vzdálenosti zdroje světla a jeho obrazu. Pro polohu obrazu najdeme ze zobrazovací rovnice dutého zrcadla

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{a'}=\frac{2}{r}$$

vztah

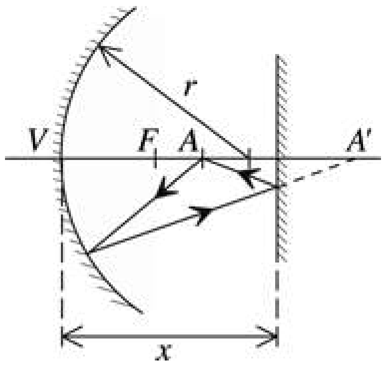
$$a'=\frac{ra}{2a-r}.$$

Pro polohu rovinného zrcadla na optické ose dutého zrcadla platí:

$$x=a+\frac{a'-a}{2}$$

Po dosazení za a' a úpravě dostaneme

$$x=\frac{a^2}{2a-r}=45\text{ cm}.$$



Obr. R6-86

R6.87 Při posunu předmětu vpravo se posune i obraz vpravo ($a_1 < a \Rightarrow a_1' > a'$), při posunu vlevo se obraz posune vlevo. Při posunu předmětu nahoru se obraz posune dolů a obráceně.

R6.88 Spojka vytváří převrácený obraz. Měsíc je v 1. čtvrti.

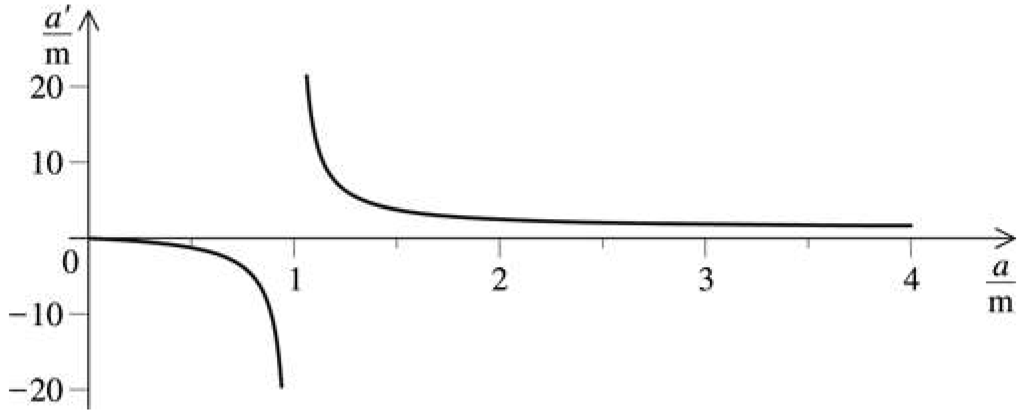
R6.89 Obraz zůstane skutečný a převrácený. Vzhledem k záměně chodu světelných paprsků je zvětšení $Z' = 1/Z$.

R6.90

vzdálenost předmětu	vzdálenost obrazu
$a_1 = 4f$	$a_1' = 4f/3$
$a_2 = 2f$	$a_2' = 2f$

$a_3 = 1{,}5f$	$a_3' = 3f$
$a_4 = f$	$a_4' = \infty$
$a_5 = 0{,}5f$	$a_5' = -f$
$a_6 = 0{,}1f$	$a_6' = -f/9$

Obr. R6-90 [V6-11].



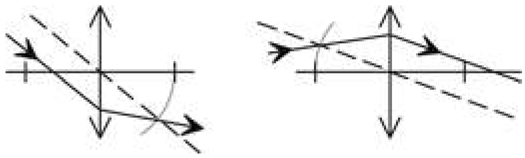
Obr. R6-90

R6.91

	a	b	c	d	e	f	g	h	i
typ čočky	spojka	spojka	spojka	rozptylka	spojka	rozptylka	spojka	spojka	rozptylka
a (cm)	+20	+5	+5	+5	+10	+10	+10	+10	+10
a' (cm)	+20	–10	–10	–3,3	+5	–5	–15	+20	–8
Z	–1	+2	> 1	< 1	–0,5	+0,5	+1,5	–2	+0,8
f (cm)	+10	+10	+10	–10	+3,3	–10	+30	+6,7	–40
n	–	–	–	–	–	–	1,5	1,5	1,5
r_1	–	–	–	–	–	–	+30	+3	–60
r_2	–	–	–	–	–	–	+30	–30	–30
skutečný	ano	ne	ne	ne	ano	ne	ne	ano	ne

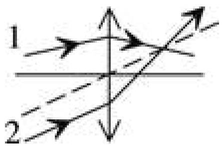
obraz?									
převrácený obraz?	ano	ne	ne	ne	ano	ne	ne	ano	ne

R6.92 Obr. R6-92 [V6-12].



Obr. R6-92

R6.93 Obr. R6-93 [V6-13].



Obr. R6-93

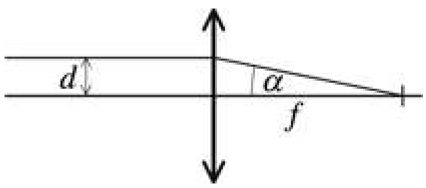
R6.94 Jestliže ji ponoříme do kapaliny o větším indexu lomu, než je index lomu skla čočky.

R6.95 d = 10 mm = 10^{-2} m, α = 5°; f = ?

Obr. R6-95.

Poněvadž úhel α je malý, je tg $\alpha \approx$ sin α a platí:

$$\sin\alpha = \frac{d}{f} \Rightarrow f = \frac{d}{\sin\alpha} \approx 0{,}11\,\mathrm{m} = 11\,\mathrm{cm}$$



Obr. R6-95

R6.96 n = 1,5, φ = 2 D, φ_1 = –1 D; n_1 = ?

$$\varphi = (n-1)\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)$$

$$\varphi_1 = \left(\frac{n}{n_1}-1\right)\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)$$

$$\varphi_1 = \left(\frac{n}{n_1}-1\right)\frac{\varphi}{(n-1)} \Rightarrow n_1 = \frac{n\varphi}{\varphi_1(n-1)+\varphi} = 2$$

R6.97 f = 10 cm = 0,1 m, n = 1,6; r = ?

$$\varphi = \frac{1}{f} = (n-1)\frac{1}{r} \;\Rightarrow\; r = (n-1)f = 0{,}06\ \text{m} = 6\ \text{cm}$$

R6.98 n = 1,8, f' = 1,6f, $r_1' = r_1$, $r_2' = r_2$; n' = ?

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$
$$\frac{1}{1{,}6f} = (n'-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$
$$\frac{1}{1{,}6f} = \frac{(n'-1)}{f(n-1)} \;\Rightarrow\; n' = \frac{n+0{,}6}{1{,}6} = 1{,}5$$

R6.99 n = 1,6, n_1 = 1,33; f_1/f = ?

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$
$$\frac{1}{f_1} = \left(\frac{n}{n_1} - 1\right)\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)$$
$$\frac{f_1}{f} = \frac{n_1(n-1)}{n-n_1} = 3$$

R6.100 $a' = -f$; a = ?

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{f} = \frac{1}{f} \;\Rightarrow\; a = \frac{f}{2}$$

R6.101 $a + a' = d$ = 5 m, $Z = -4$; f = ?, a = ?

$$Z = -\frac{a'}{a} = -\frac{d-a}{a} \;\Rightarrow\; a = \frac{d}{1-Z} = 1\ \text{m}$$
$$Z = -\frac{f}{a-f} \;\Rightarrow\; f = \frac{Za}{Z-1} = 0{,}8\ \text{m}$$

R6.102 y = 12 mm = $1{,}2 \cdot 10^{-2}$ m, $a = 1{,}75f$; Z = ?

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f} \;\Rightarrow\; a' = \frac{af}{a-f} = \frac{7}{5}f$$
$$Z = \frac{y'}{y} = -\frac{a'}{a} \;\Rightarrow\; y' = -y\frac{a'}{a} = -1{,}6\cdot10^{-2}\ \text{m} = -16\ \text{mm}$$

R6.103 $a + a' = d$ = 40 cm = 0,4 m, $Z = -1/2$; f = ?, a = ?

$$Z = -\frac{a'}{a} = -\frac{d-a}{a} \Rightarrow a = \frac{d}{1-Z} \approx 0{,}27 \text{ m} = 27 \text{ cm}$$

$$Z = -\frac{f}{a-f} \Rightarrow f = \frac{Zd}{(Z+1)(1-Z)} = 9 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 9 \text{ cm}$$

R6.104 f = 12 cm = 0,12 m, Z = –2; a = ?

$$Z = -\frac{f}{a-f} \Rightarrow a = f\frac{Z-1}{Z} = 0{,}18 \text{ m} = 18 \text{ cm}$$

R6.105 y = 2 cm = 2 · 10^{-2} m, y' = 6 cm = 6 · 10^{-2} m , $\Delta a = a - a_1$ = 2 cm = 2 · 10^{-2} m, Z_1 = 2Z; f = ?

$$Z = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{a-f} = -3 \Rightarrow a = \frac{4}{3}f$$

$$Z_1 = -\frac{f}{a_1 - f} = 2Z = -6$$

$$\frac{Z}{Z_1} = \frac{a_1 - f}{a-f} = \frac{a - \Delta a - f}{a-f} \Rightarrow f = 0{,}12 \text{ m} = 12 \text{ cm}$$

R6.106 φ = 10 D, $y = y'$, $y_1' = 2y$; Δa = ?

$$\varphi = \frac{1}{f} = 10 \text{ D} \Rightarrow f = 0{,}1 \text{ m}$$

$$Z = -\frac{f}{a-f} = -1 \Rightarrow a = 2f$$

$$Z_1 = -\frac{f}{a_1 - f} = -2 \Rightarrow a_1 = \frac{3}{2}f$$

$$\Delta a = a - a_1 = \frac{1}{2}f = 0{,}05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$$

Poněvadž $a_1 < a$, je třeba posunout čočku o 5 cm blíže ke svíčce.

R6.107 φ = 5 D, a = –20 cm = –0,2 m; a' = ?

$$\varphi = \frac{1}{f} = 5 \text{ D} \Rightarrow f = 0{,}2 \text{ m}$$

$$a = -f$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = -\frac{1}{f} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{f} \Rightarrow a' = \frac{f}{2} = 0{,}1 \text{ m} = 10 \text{ cm}$$

R6.108 $a + a' = d$ = 1,0 m, x = 0,6 m; f = ?

Obr. R6-108. Polohy čočky odpovídají vzájemné záměně předmětu a obrazu.

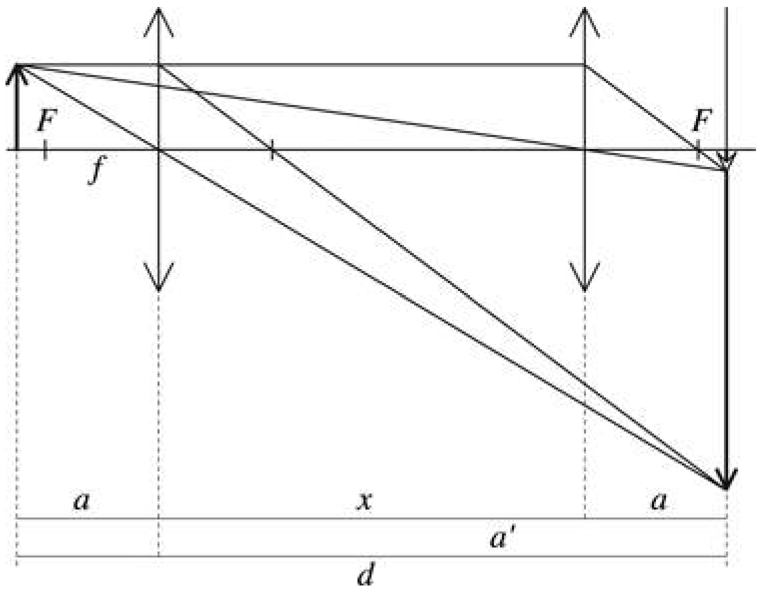
$$a' = a + x$$

$$a + a' = 2a + x = d \Rightarrow a = \frac{d - x}{2}$$

$$a' = \frac{d - x}{2} + x = \frac{d + x}{2}$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{2}{d - x} + \frac{2}{d + x} = \frac{4d}{d^2 - x^2} = \frac{1}{f}$$

$$f = \frac{d^2 - x^2}{4d} = 0{,}16\ \text{m} = 16\ \text{cm}$$

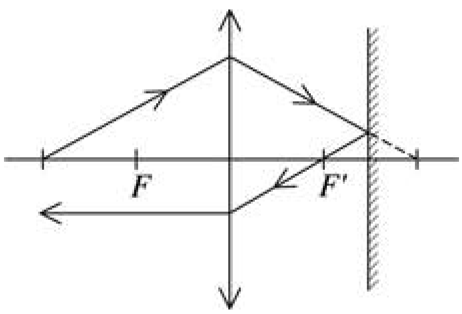


Obr. R6-108

R6.109 $a = 2f$, $a' = 2f$; $l = ?$

Poněvadž zdroj světla je v dvojnásobné ohniskové vzdálenosti, směřují paprsky po průchodu čočkou opět do dvojnásobné ohniskové vzdálenosti. Zrcadlo je třeba umístit tak, aby odražený paprsek procházel ohniskem (obr. R6-109 [V6-14]):

$$l = \frac{3}{2} f$$



Obr. R6-109

R6.110 $a = 1{,}0$ m, $f = 0{,}50$ m, $d = 2{,}0$ m; $a' = ?$, $Z = ?$

Obr. R6-110. Určíme polohu obrazu vytvořeného čočkou:

$$a' = \frac{af}{a - f} = 1\ \mathrm{m}$$

Obraz je skutečný a převrácený a rovinné zrcadlo vytvoří jeho zdánlivý obraz ve vzdálenosti 3 m od čočky. Obraz je opět převrácený a zvětšení je 1. Tento obraz se stává předmětem, tzn. a_1 = 3 m.

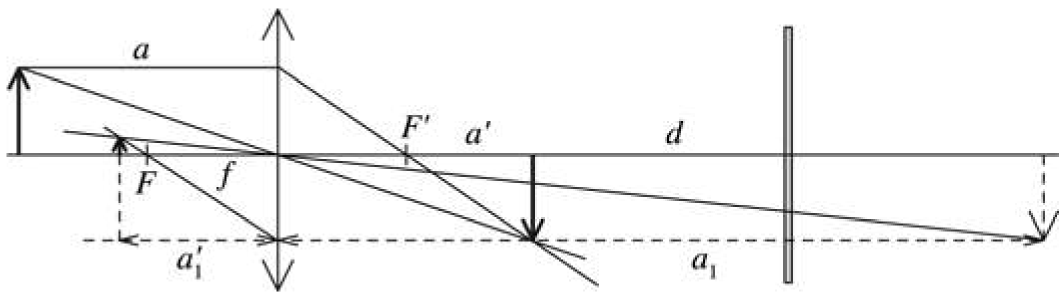
a) Pro polohu obrazu platí :

$$a_1' = \frac{a_1 f}{a_1 - f} = 0{,}60\ \mathrm{m} = 60\ \mathrm{cm}$$

b) Obraz je skutečný.

c) Obraz je vzpřímený.

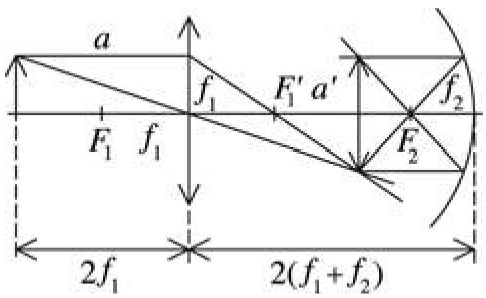
d) $Z' = -\dfrac{a'}{a} = -0{,}2$



Obr. R6-110

R6.111 $a = 2f_1$

Obr. R6-111. Obraz je skutečný a vzpřímený.



Obr. R6-111

R6.112 n = 1,33, r = 16 cm = 0,16 m; f = ?

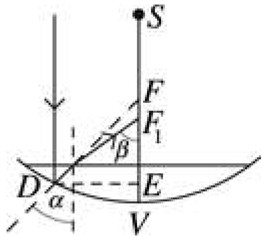
Označíme ohniskovou vzdálenost zrcadla $f = |VF| = |VS|/2 = r/2$ a ohniskovou vzdálenost dutého zrcadla s vodou $f_1 = |VF_1|$ (obr. R6-112 [6-32]). Světelný paprsek rovnoběžný s optickou osou dopadá na povrch vody kolmo a na zrcadlo dopadá v bodě D. Bez vody by odražený paprsek směřoval do bodu F a po nalití vody směřuje do bod F_1. Podle obr. R6-112 [6-32] platí $|DE| = |EF|\ \mathrm{tg}\ \alpha \approx |EF_1|\ \mathrm{tg}\ \beta$. Poněvadž nalitá vrstva vody je tenká, můžeme vzdálenost $|VE|$ ve srovnání se vzdálenostmi $|VF|$ a $|VF_1|$ zanedbat, takže $|EF| \approx |VF|$ a $|EF_1| \approx |VF_1|$.

Pro malé úhly α a β platí:

$$\frac{|VF|}{|VF_1|} = \frac{f}{f_1} \approx \frac{\text{tg}\,\beta}{\text{tg}\,\alpha} = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = n$$

Pro ohniskovou vzdálenost odtud najdeme vztah:

$$f_1 \approx \frac{f}{n} \approx \frac{r}{2n} \approx 0{,}06\text{ m} = 6\text{ cm}$$



Obr. R6-112

R6.113 $\varphi_1 = 5$ D, $\varphi_2 = 2{,}5$ D, $d = 90$ cm = 0,9 m, $a = 30$ cm = 0,30 m

Obr. R6-113 [V6-16].

$$f_1 = \frac{1}{\varphi_1} = 0{,}2\text{ m},\ f_2 = \frac{1}{\varphi_2} = 0{,}4\text{ m}$$

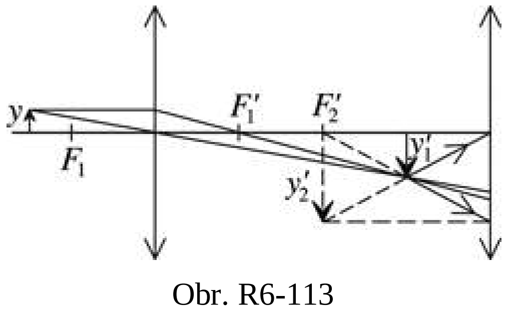
$$a' = \frac{af_1}{a - f_1} = 0{,}60\text{ m}$$

$$a_1 = d - a' = 0{,}30\text{ m}$$

$$a_1' = \frac{a_1 f_2}{a_1 - f_2} = -1{,}2\text{ m}$$

$$Z = -\frac{a_1'}{a} = 4$$

Obraz je zdánlivý a zvětšený.



Obr. R6-113

R6.114 $f_1 = +20$ cm = +0,20 m, $f_2 = -15$ cm = –0,15 m, $d = 10$ cm = 0,10 m, $a = 40$ cm = 0,40 m; $a_2' = ?$

Poloha obrazu vytvořeného spojkou:

$$a_1' = \frac{a_1 f_1}{a_1 - f_1} = 0{,}40\text{ m}$$

Poloha předmětu pro rozptylku: $a_2 = d - a_1' = -0{,}30$ m

Poloha obrazu vytvořeného rozptylkou:

$$a_2' = \frac{a_2 f_2}{a_2 - f_2} = -\,0{,}30 \text{ m} = -30 \text{ cm}$$

Obraz se vytvoří 30 cm před rozptylkou. Obraz je zdánlivý, vzpřímený a stejně velký jako předmět.

R6.115 a = 20 cm = 0,2 m, f_1 = 10 cm = 0,1 m, f_2 = 12,5 cm = 0,125 m, d = 30 cm = 0,3 m; a_2' = ?, Z = ?

Obr. R6-115 [V6-17].

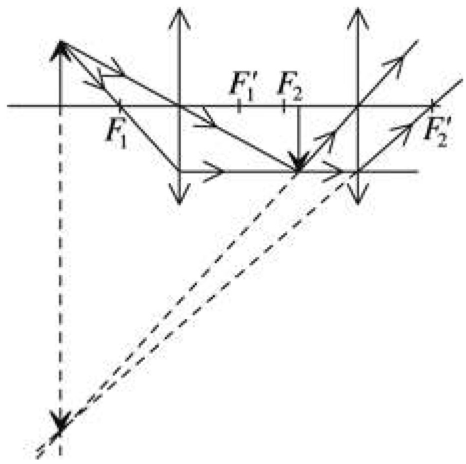
$$a_1' = \frac{a_1 f_1}{a_1 - f_1} = 0{,}2 \text{ m}$$

$$a_2 = d - a_1' = 0{,}1 \text{ m}$$

$$a_2' = \frac{a_2 f_2}{a_2 - f_2} = -0{,}5 \text{ m}$$

Obraz je v místě předmětu. Obraz je zdánlivý, převrácený a zvětšený:

$$Z = -\frac{a_2'}{a_2} = 5$$



Obr. R6-115

R6.116 Obraz vytvořený první čočkou je předmětem pro druhou čočku. Platí $a_2 = -a'_1$.
Zobrazovací rovnice má tvar:

$$\frac{1}{a_2} = -\frac{1}{a_1'} = \frac{1}{a_1} - \frac{1}{f_1}$$

Odtud pro celou optickou soustavu najdeme:

$$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a'_2} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}$$

R6.117 a_1 = 12,5 cm = 0,125 m; φ = ?

Normální oko vidí nejlépe předměty v konvenční zrakové vzdálenosti (a_2 = 0,25 m). Poněvadž $a_1 < a_2$, je oko krátkozraké a vada oka se odstraní rozptylkou. Bez brýlí bude pro oko platit zobrazovací rovnice ve tvaru

$$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a'}=\varphi_1, \qquad (1)$$

kde φ_1 je optická mohutnost oka.

Jestliže před oko umístíme brýle, vzniká optická soustava o optické mohutnosti $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$, kde φ_2 je optická mohutnost brýlí. Předmět v konvenční zrakové vzdálenosti a_2 se touto optickou soustavou opět zobrazí na sítnici oka a platí rovnice

$$\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a'}=\varphi_1+\varphi_2. \qquad (2)$$

Řešením rovnic (1) a (2) najdeme vztah pro optickou mohutnost čoček brýlí:

$$\varphi_2=\frac{1}{a_2}-\frac{1}{a_1}=-4\ \mathrm{D}$$

Do brýlí použijeme rozptylku o optické mohutnosti –4 D.

R6.118 $a = \infty$, a' = –0,5 m; φ = ?

$$\varphi=\frac{1}{a}+\frac{1}{a'}=-2\ \mathrm{D}$$

R6.119 φ = 2,75 D, a = 0,25 m; a' = ?

Bez brýlí by bylo nutné držet knihu ve vzdálenosti, ve které čočka brýlí vytvoří zdánlivý obraz předmětu umístěného v konvenční zrakové vzdálenosti ($a = d$ = 0,25 m).

$$\varphi=\frac{1}{d}+\frac{1}{a'} \Rightarrow a'=\frac{a}{\varphi a-1}=-0{,}8\ \mathrm{m}$$

R6.120 a_1' = –0,1 m, a_2' = –0,5 m; a = ?

Při akomodaci oka na vzdálený bod ($a \to \infty$) vzniká zdánlivý obraz v ohniskové vzdálenosti brýlí. Poněvadž v tomto případě $1/a \to 0$, platí:

$$\frac{1}{a_2'}=\frac{1}{f} \Rightarrow f=a_2'=-0{,}5\ \mathrm{m}$$

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{a_1'}=\frac{1}{f} \Rightarrow a=\frac{a_1'f}{a_1'-f}=0{,}125\ \mathrm{m}=12{,}5\,\mathrm{cm}$$

R6.121 Divadelní kukátko vytváří zdánlivý obraz, který vidí dalekozraký člověk ostře ve větší vzdálenosti od oka. Proto musí více vysunout objektiv dalekohledu.

R6.122 $a' = -50$ cm $= -0{,}5$ m, $\varphi = 20$ D; $a = ?$

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{a'}=\varphi \;\Rightarrow\; a=\frac{a'}{a'\varphi-1}\approx 0{,}045\,\mathrm{m}=4{,}5\,\mathrm{cm}$$

R6.123 $\varphi = 8$ D, $d = 0{,}25$ m; $\gamma = ?$

Lupa je spojná čočka, kterou může použít místo brýlí dalekozraký člověk. Jestliže lupou vytvoří zdánlivý obraz v konvenční zrakové vzdálenosti d ($a' = -d$), platí pro zvětšení lupou:

$$\gamma=\frac{\tau'}{\tau}\approx\frac{y/a}{y/d}=\frac{d}{a}$$
$$\frac{1}{a}-\frac{1}{d}=\varphi \;\Rightarrow\; a=\frac{d\varphi+1}{d}$$
$$\gamma\approx d\varphi+1=3$$

R6.124 Poněvadž index lomu vody je blízký indexu lomu očního moku a sklivce, optická mohutnost soustavy oka se zmenšuje.

R6.125 $f = 75$ mm $= 7{,}5 \cdot 10^{-2}$ m, $y = 180$ cm $= 1{,}8$ m, $a = 27$ m; $y' = ?$

$$Z=\frac{y'}{y}=-\frac{f}{a-f}\;\Rightarrow |y'|=y\frac{f}{a-f}=5\cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}=5\,\mathrm{mm}$$

R6.126 $a_1 = 5$ m, $y_1' = 10{,}10$ mm $= 10{,}1 \cdot 10^{-3}$ m, $a_2 = 8$ m, $y_2' = 6{,}29$ mm $= 6{,}29 \cdot 10^{-3}$ m; $f = ?$

$$\frac{y_1'}{y}=-\frac{f}{a_1-f},\;\frac{y_2'}{y}=-\frac{f}{a_2-f}$$
$$f=\frac{y_1'a_1-y_2'a_2}{y_1'-y_2'}=0{,}047\ \mathrm{m}=47\ \mathrm{mm}$$

R6.127 $y = 1{,}0$ cm $= 1{,}0 \cdot 10^{-2}$ m, $y' = 4{,}0$ cm $= 4{,}0 \cdot 10^{-2}$ m, $a = 44$ cm $= 0{,}44$ m; $f = ?$

$$Z=\frac{y'}{y}=-\frac{f}{a-f}\;\Rightarrow\; f=\frac{y'a}{y'-y}=0{,}35\ \mathrm{m}=350\,\mathrm{mm}$$

R6.128 $f_1 = 100$ mm $= 0{,}1$ m, $f_2 = 60$ mm $= 0{,}06$ m; $y_1' : y_2' = ?$

Pokud chceme dosáhnou stejného zvětšení v menší místnosti (vzdálenost projekční plochy je a'), musíme použít objektiv s menší ohniskovou vzdáleností. Důkaz:

$$|Z|=\frac{a'-f}{f}\Rightarrow\; a'=f\left(|Z|-1\right)$$
$$a'\sim f$$

Pro poměr velikostí obrazu při $a' =$ konst. platí:

$$\frac{y_1'}{y} = -\frac{a' - f_1}{f_1}, \quad \frac{y_2'}{y} = -\frac{a' - f_2}{f_2}$$
$$\frac{y_1'}{y_2'} = \frac{(a' - f_1)f_2}{(a' - f_2)f_1} \approx \frac{f_2}{f_1} = 3 : 5$$

R6.129 $a \times b$ = 24 mm × 36 mm = (2,4 × 3,6) · 10^{-2} m, $a' \times b'$ = 130 cm × 130 cm = (1,3 × 1,3) m, f_1 = 100 mm = 0,1 m, f_2 = 60 mm = 0,06 m; a' = ?

$y = 3{,}6 \cdot 10^{-2}$ m, obraz na projekční ploše je skutečný, takže $y' = -1{,}3$ m

$$Z = \frac{y'}{y} = -\frac{a' - f}{f} \Rightarrow a' = f\left(1 - \frac{y'}{y}\right)$$
$$a_1' = 3{,}7 \text{ m}, a_2' = 2{,}2 \text{ m}$$

R6.130 y_1 = 36 mm = 3,6 · 10^{-2} m, y_2 = 6 cm = 6 · 10^{-2} m, a' = 5 m, y' = 1,8 m; f_1 = ?, f_2 = ?

Obraz vytvořený objektivem projektoru na projekční ploše je převrácený, takže $y' = -1{,}8$ m.

$$\frac{y'}{y} = -\frac{a' - f}{f} \Rightarrow f = -\frac{a'y}{y' - y}$$
$$f_1 = 0{,}102 \text{ m} \approx 100 \text{ mm}$$
$$f_2 = 0{,}172 \text{ m} \approx 170 \text{ mm}$$

R6.131 f_1 = 20 mm = 2,0 · 10^{-2} m, f_2 = 80 mm = 8,0 · 10^{-2} m, a = 5 m; Z_1 = ?, Z_2 = ?

Pro snímání celku volíme menší ohniskovou vzdálenost a pro snímání detailu volíme větší ohniskovou vzdálenost.

$$Z = -\frac{f}{a - f} \approx -\frac{f}{a}$$
$$|Z_1| = 4 \cdot 10^{-3}, \quad |Z_2| = 1{,}6 \cdot 10^{-2}$$

R6.132 Delší ohnisková vzdálenost objektivu umožňuje snímat portrét z větší vzdálenosti, takže nedochází ke zkreslení proporcí jednotlivých částí obličeje. Krátká ohnisková vzdálenost objektivu umožňuje snímat velké objekty z malé vzdálenosti (široký úhel záběru).

R6.133 f_1 = 5 mm = 5 · 10^{-3} m, f_2 = 50 mm = 5 · 10^{-2} m, Δ = 15 cm = 0,15 m, d = 0,25 m; Z = ?

$$Z = \frac{\Delta d}{f_1 f_2} = 150$$

R6.134 f_1 = 24 cm = 0,24 m, $a_1 = \infty$, a_2 = 10 m; x = ?

Při nastavení na nekonečno vzniká obraz v ohnisku objektivu ($a_1' = f$). Při zaostření do vzdálenosti 10 m vzniká obraz ve vzdálenosti a_2' od objektivu:

$$\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_2'}=\frac{1}{f} \Rightarrow a_2'=\frac{fa_2}{a_2-f}=0{,}246\ \text{m}$$
$$x=a_2'-a_1'=\frac{f^2}{a_2-f}=5{,}9\cdot 10^{-3}\ \text{m}=5{,}9\ \text{mm}$$

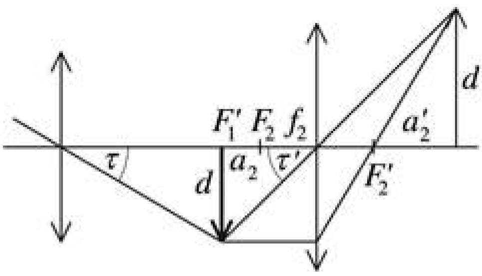
R6.135 f_1 =1,0 m, f_2 = 5,0 cm = 5,0 · 10^{-2} m, a_2' = 25 cm = 0,25 m, τ = 30′; x = ?, d' = ?

Objektiv dalekohledu vytvoří obraz Slunce v ohniskové vzdálenosti ($a_1' = f_1$). Okulár musí být v takové vzdálenosti a_2 od obrazového ohniska objektivu, aby vznikl skutečný obraz vytvořený okulárem ve vzdálenosti a_2'.

$$\frac{1}{a_2}+\frac{1}{a_2'}=\frac{1}{f_2} \Rightarrow a_2=\frac{a_2'f}{a_2'-f}\approx 0{,}06\ \text{m}$$
$$x=f_1+a_2\approx 1{,}06\ \text{m}$$

Obr. R6-135. Průměr obrazu Slunce vytvořeného objektivem je d.

$$\operatorname{tg}\tau=\frac{d}{f_1},\ \operatorname{tg}\tau'=\frac{d}{a_2}=\frac{d'}{a_2'}$$
$$d=f_1\operatorname{tg}\tau\approx 8{,}7\cdot 10^{-3}\ \text{m}$$
$$d'=d\frac{a_2'-f_2}{f_2}\approx 3{,}5\cdot 10^{-2}\ \text{m}=35\ \text{mm}$$



Obr. R6-135

6.4 Energie záření

R6.136 r = 60 cm = 0,6 m, h = 80 cm = 0,8 m, I = 100 cd; E = ?

Osvětlení uprostřed stolu:

$$E_1=\frac{I}{h^2}=160\ \text{lx}$$

Osvětlení okraje stolu:

$$E_2=\frac{I\cos\alpha}{h^2+r^2}=\frac{I}{h^2+r^2}\frac{h}{\sqrt{h^2+r^2}}=80\ \text{lx}$$

R6.137 I_1 = 25 cd, I_2 = 40 cd, d = 1,2 m, $E_1 = E_2$; x_1 = ?, x_2 = ?

$$E = \frac{I_1}{x_1^2} = \frac{I_2}{(d - x_2)^2}$$

$$x_1^2(I_2 - I_1) + 2I_1 d r_1 - I_1 d^2 = 0$$

$$x_1 = \frac{-I_1 d + I_1 d\sqrt{I_2/I_1}}{I_2 - I_1} = 0{,}53\ \mathrm{m} = 53\ \mathrm{cm}$$

$$x_2 = d - x_1 = 0{,}67\ \mathrm{m} = 67\ \mathrm{cm}$$

R6.138 Φ = 360 lm, S = 210 mm × 297 mm = $6{,}24 \cdot 10^{-2}$ m^2, α = 30°; E = ?

$$E = \frac{\Phi}{S}\cos\alpha = 5 \cdot 10^3\ \mathrm{lx}$$

R6.139 E = 0,2 lx, I = 1 cd; r = ?

$$E = \frac{I}{r^2} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{I}{E}} \approx 2{,}2\ \mathrm{m}$$

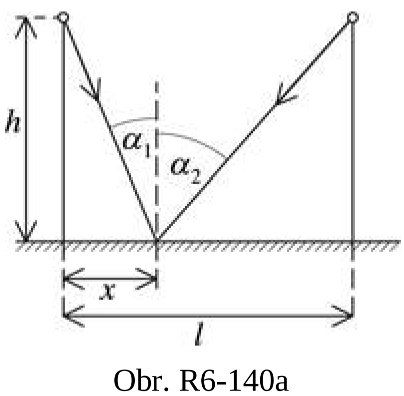
R6.140 h = 3,0 m, l = 4,0 m, I = 200 cd; $E = f(x)$, E_0 = ?, $E_{l/2}$ = ?

Do bodu ve vzdálenosti x od paty prvního stožáru dopadá světlo z prvního stožáru pod úhlem α_1 a z druhého stožáru pod úhlem α_2 (obr. R6-140a [6-33]). V uvažovaném bodě o souřadnici x platí:

$$E_1 = \frac{I\cos\alpha_1}{r_1^2} = I\frac{h}{(h^2 + x^2)^{3/2}}$$

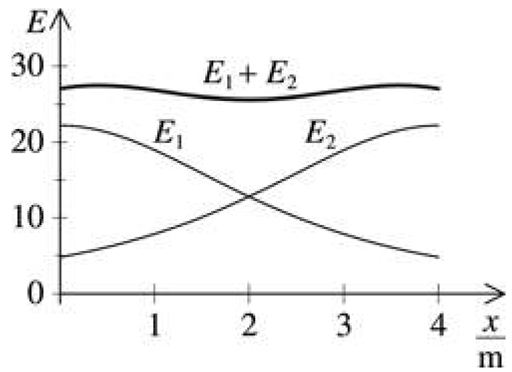
Pro osvětlení z druhého zdroje světla dostaneme podobně

$$E_2 = I\frac{h}{\left[h^2 + (l - x)^2\right]^{3/2}}.$$



Obr. R6-140a

Výsledné osvětlení $E = E_1 + E_2$ a jeho průběh podél spojnice pat obou stožárů ($E = f(x)$) je na obr. R6-140b [6-34].



Obr. R6-140b

Pro osvětlení pod patou stožáru (x = 0, popř. x = l) dostaneme po úpravě vztah

$$E_0 = I\frac{\left(l^2+h^2\right)^{3/2}+h^2}{\left(l^2+h^2\right)^{3/2}h^2} = 27\ \text{lx}\,.$$

Poněvadž uprostřed mezi stožáry je osvětlení z obou stožárů stejné, je

$$E_{l/2} = 2I\frac{h}{\left[h^2+(l/2)^2\right]^{3/2}} = 26\ \text{lx}\,.$$

Osvětlení u paty stožáru a uprostřed mezi stožáry je přibližně stejné.

R6.141 r_1 = 60 cm = 0,6 m, t_1 = 9 s, r_2 = 40 cm = 0,4 m; t_2 = ?

$$\frac{I_1}{r_1^2}t_1 = \frac{I_2}{r_2^2}t_2 \;\Rightarrow\; t_2 = t_1\frac{r_2^2}{r_1^2} = 4\ \text{s}$$

R6.142 S = 5,0 m × 3,6 m = 18 m^2, Φ = 1,8 · 10^3 lm; E = ?

$$E = \frac{\Phi}{S} = 100\ \text{lx}$$

R6.143 f = 20 cm = 0,2 m, a = 20,5 cm = 0,205 m, S = 24 mm × 36 mm = 8,64 · 10^{-4} m^2, Φ = 120 lm; E = ?

$$|Z| = \frac{f}{a-f} = 40$$

$$E = \frac{\Phi}{S'} = \frac{\Phi}{SZ^2} = 87\ \text{lx}$$

R6.144 Osvětlení se zvětší tak, jako by k původnímu zdroji světla přibyl další zdroj v trojnásobné vzdálenosti; osvětlení se zvětší 1,1krát.

R6.145 r = 1,0 m, l = 2,0 m, E_0 = 40 lx; E = ?

Poněvadž zdroj světla je v ohnisku zrcadla, jsou paprsky po odrazu rovnoběžné a osvětlení stínítka je stejné jako osvětlení zrcadla:

$$E_z = \frac{I}{(f)^2} = \frac{4I}{r^2}, \text{ kde } I = E_0\left(l - \frac{r}{2}\right)^2 = E_0\left(\frac{3}{2}r\right)^2$$

$$E_z = E_0 \frac{4\left(\frac{3}{2}r\right)^2}{r^2} = 9E_0$$

$$E = E_0 + E_z = 10E_0 = 400 \text{ lx}$$

R6.146 $\lambda_f = 390$ nm $= 3{,}9 \cdot 10^{-7}$ m, $\lambda_č = 760$ nm $= 7{,}6 \cdot 10^{-7}$ m; $E = ?$, $m = ?$
$h = 6{,}625 \cdot 10^{-34}$ J · s, $c = 3 \cdot 10^8$ m · s^{-1}

$$E = hf = h\frac{c}{\lambda}, \ E_f = 5{,}1 \cdot 10^{-19} \text{ J}, E_č = 2{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{h}{c\lambda}, \ m_f = 5{,}7 \cdot 10^{-36} \text{ kg}, m_č = 2{,}9 \cdot 10^{-36} \text{ kg}$$

R6.147 a) $E_1 = 2 \cdot 10^{-17}$ J, b) $E_2 = 4 \cdot 10^{-19}$ J, c) $E_3 = 3 \cdot 10^{-23}$ J; $\lambda = ?$

a) $\lambda_1 = \dfrac{hc}{E_1} = 9{,}9 \cdot 10^{-9}$ m, rentgenové záření

b) $\lambda_2 = \dfrac{hc}{E_2} = 5 \cdot 10^{-7}$ m $= 500$ nm, světlo

c) $\lambda_3 = \dfrac{hc}{E_3} = 6{,}6 \cdot 10^{-2}$ m, rádiové záření

R6.148 Při ozáření se z kovové destičky uvolňují elektrony se záporným nábojem a destička se nabíjí kladným nábojem.

R6.149 $U = 4{,}1$ V; $\lambda = ?$

$$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$E = eU = \frac{hc}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{hc}{eU} \approx 3 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 300 \text{ nm}$$

R6.150 $m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg; $\lambda = ?$

$$m_e = \frac{h}{c\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{cm_e} = 2{,}4 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

R6.151 $P = 2{,}1 \cdot 10^{-17}$ W, $\lambda = 500$ nm $= 5 \cdot 10^{-7}$ m, $t = 1$ s; $N = ?$

Na jeden foton připadá výkon:

$$P_0 = \frac{E}{t} = \frac{hc}{\lambda}$$

$$N = \frac{P}{P_0} = \frac{P\lambda}{hc} \approx 53$$

R6.152 λ = 400 nm = 4 · 10^{-7} m, W = 4,47 eV ≈ 7,2 · 10^{-19} J; E = ?

$$E = \frac{hc}{\lambda} \approx 5 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

$E < W$, fotoelektrický jev nenastane.

R6.153 λ = 260 nm = 2,6 · 10^{-7} m; W = ?

$$W = \frac{hc}{\lambda} = 7{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

R6.154 λ = 320 nm = 3,2 · 10^{-7} m, W = 3,47 eV = 5,55 · 10^{-19} J; v = ?

$$h\frac{c}{\lambda} = W + \frac{1}{2}m_e v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{2(hc/\lambda - W)}{m_e}} \approx 2{,}2 \cdot 10^5\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

R6.155 W = 2,28 eV = 3,65 · 10^{-19} J, λ = 500 nm = 5 · 10^{-7} m; E = ?

Fotoelektrický jev lze vyvolat zářením o menší vlnové délce, než je mezní vlnová délka:

$$\lambda_m = \frac{hc}{W} = 5{,}4 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m} = 540\ \mathrm{nm}$$

$\lambda < \lambda_m$, fotoelektrický jev nastane.

R6.156 $\Delta\varphi$ = 1,2 V, W = 1,93 eV = 3,1 · 10^{-19} J; λ = ?

Kinetická energie elektronu uvolněného při fotoelektrickém jevu je rovna práci elektrických sil vnějšího elektrického pole:

$$\frac{1}{2}m_e v^2 = e\Delta\varphi$$

$$h\frac{c}{\lambda} = W + e\Delta\varphi \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{W + e\Delta\varphi} \approx 4{,}0 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m} = 400\ \mathrm{nm}$$