

17. Geometrická postupnosť

Postupnosť $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je **geometrická**, ak podiel nasledujúceho a predchádzajúceho člena je konštantný

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = q \longrightarrow \text{kvocient}$$

$a_{n+1} = a_n \cdot q$ - rekurentné určenie geometrickej postupnosti

konvergencia v závislosti od kvocientu:

$q = 1 \Rightarrow$ konštantná

$q = -1 \Rightarrow$ diverguje

$|q| < 1 \Rightarrow q \in (-1, 1) \Rightarrow$ konverguje

$|q| > 1 \Rightarrow$ diverguje

Výpočet ľubovoľného člena postupnosti pomocou prvého člena

$$a_{n+1} = a_n \cdot q$$

$$n = 1 \quad a_2 = a_1 \cdot q$$

$$n = 2 \quad a_3 = a_2 \cdot q = a_1 \cdot q^2$$

$$n = 3 \quad a_4 = a_3 \cdot q = a_1 \cdot q^3$$

$$n = 4 \quad a_5 = a_4 \cdot q = a_1 \cdot q^4$$

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

Vzťah medzi ľubovoľnými dvoma členmi postupnosti

$$\left. \begin{array}{l} a_r = a_1 \cdot q^{r-1} \\ a_s = a_1 \cdot q^{s-1} \end{array} \right\} :$$

$$\frac{a_r}{a_s} = \frac{q^{r-1}}{q^{s-1}}$$

$$\frac{a_r}{a_s} = q^{r-1-s+1}$$

$$\frac{a_r}{a_s} = q^{r-s}$$

$$a_r = a_s \cdot q^{r-s}$$

Súčet prvých n členov postupnosti

a) ak $q = 1$

$$S_n = n \cdot a_1, \text{ lebo } S_n = \underbrace{a_1 + a_1 + a_1 + \dots + a_1}_n$$

b) ak $q \neq 1$

$$S_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

Geometrický priemer

- každý člen geometrickej postupnosti (okrem 1. člena) je geometrickým priemerom susedných dvoch členov

$$a_n = \sqrt{a_{n-1} \cdot a_{n+1}}$$

ℓ: a_n

$$P: \sqrt{\frac{a_n}{q} \cdot a_n \cdot q} = \sqrt{a_n^2} = a_n$$

$$a_n = a_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n \quad - \text{ nárasty}$$

$$a_n = a_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n \quad - \text{ odpisy, poklesy}$$

$$1 + \frac{p}{100} = r \quad - \text{ úročiteľ}$$

$$a_n = a_0 \cdot r^n$$

a_0 - istina (vstupný vklad)

p - úroková miera (počet %)

n - počet úrokových období

a_n - výsledná hodnota (istina + úrok)

Nekonečný geometrický rad

Ak $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je geometrická postupnosť, $q \neq 0$, potom $a_1 + a_2 + a_3 + \dots$ je **nekonečný geometrický rad**

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots$$

⏟

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$$

- ak $|q| < 1$, potom nekonečný geometrický rad je konvergentný a vypočítame ho: $s = \frac{a_1}{1 - q}$