

Spôsoby riešenia rovníc a nerovníc

1. Numerické/Algebraické
2. Grafické

Lineárna rovnica a nerovnica

Lineárnou rovnicou s neznámou x nazývame každú rovnosť zapísanú v tvare $a \cdot x + b = 0$, kde a, b sú ľubovoľné čísla, pričom $a \neq 0$.

Rovnica má vtedy práve jedno riešenie (jeden koreň), ktoré danej rovnici vyhovuje. V prípade, že by sa $a = 0$ by mala rovnica nekonečne veľa riešení alebo riešením by bola prázdna množina.

Pri riešení lineárnych rovníc používame len ekvivalentné úpravy. Po vykonaní povolených úprav a zistení riešenia (x) ho zapíšeme do množiny K , ktorá predstavuje koreň rovnice. Pri nerovnici je dané x nulovým bodom ktoré si zaznačíme na číselnej osi. Rozdelí mi ju na dva intervaly. Ktorý interval je riešením danej nerovnice zistím tak, že dosadím niektoré z čísel patriacich do jedného a druhého intervalu a zistím pravdivosť daných nerovností.

Grafickým riešením lineárnej rovnice s jednou neznámou x je priesečník priamky lineárnej funkcie $f: y = ax + b$ s osou x . V prípade, že máme rovnicu $ax + by = c$ teda s dvomi neznámymi x a y , riešením je priamka prechádzajúca priesečníkmi s osou x a y ktoré zistím dosadením 0 raz za x a raz za y .

Kvadratická rovnica a nerovnica

Kvadratická rovnica tvaru $ax^2 + bx + c = 0$; $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ sa rieši buď rozkladom kvadratického trojčlena na súčin koreňových činiteľov:

$$ax^2 + px + q = a(x - x_1) \cdot (x - x_2); \quad p = -(x_1 + x_2), \quad q = x_1 \cdot x_2$$

alebo pomocou vzorca.

$$x_{1, 2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \quad \text{resp.} \quad x_{1, 2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Najskôr si určíme diskriminant (D) kvadratickej rovnice podľa ktorého vieme určiť koľko riešení má daná rovnica.

$D > 0$ potom má dva korene

$D = 0$ potom má práve jeden koreň

$D < 0$ potom rovnica nemá žiadny koreň

Pri riešení kvadratickej nerovnice si rozložíme kvadratický trojčlen na súčin. Opäť máme nulové body ktoré nám rozdelia číselnú os na 3 intervaly.

Grafickým riešením kvadratickej nerovnice je časť grafu kvadratickej funkcie $f: y = ax^2 + bx + c$ ktorá spĺňa nerovnosť. Grafom kvadratickej rovnice sú priesečníky tejto funkcie s osou x .

Iracionálna rovnica a nerovnica

Iracionálna rovnica, je rovnica v ktorej neznáma vystupuje pod odmocninou. Tieto iracionálne rovnice riešime obyčajne tak, že umocňujeme obidve strany rovnice, pokým neodstránime všetky odmocniny, v ktorých vystupuje neznáma. Táto úprava nie je ekvivalentná, preto výsledný koreň nemusí byť koreňom pôvodnej rovnice. Skúška je nevyhnutnou súčasťou riešenia. Pri iracionálnej nerovnici opäť nulové body a cez číselnú os.

Grafickým riešením iracionálnej rovnice sú priesečníky s osou x a iracionálnej nerovnice časť grafu vyhovujúcej funkcii f s danou rovnicou.

Rovnica a nerovnica s absolútnou hodnotou

Absolútna hodnota reálneho čísla a je také reálne číslo $|a|$, pre ktoré platí:

$$a \geq 0 \Leftrightarrow |a| = a$$

$$a \leq 0 \Leftrightarrow |a| = -a.$$

Ak chceme vo výraze odstrániť absolútnu hodnotu, musíme vedieť, s akým číslom operujeme, či s kladným (+) alebo záporným (-).

Geometrický význam absolútnej hodnoty reálneho čísla a, čiže $|a|$ je vzdialenosť obrazu tohto čísla od obrazu čísla 0 na číselnej sústavy.

Pri riešení rovníc s absolútnou hodnotou sa používa tzv. metóda nulových bodov.

Postup:

1. Určíme také $x \in \mathbb{R}$ (nulové body), pre ktoré platí, že výrazy v absolútnych hodnotách sa rovnajú 0
2. Nulové body rozdelia číselnú os na niekoľko intervalov (podmnožín)
3. Úlohu riešime na jednotlivých intervaloch. Zjednotením intervalov vznikne celá množina \mathbb{R} , resp. daná množina. Na každom intervale určíme dosadením vnútorného bodu daného intervalu znamienko výrazu nachádzajúceho sa vo vnútri absolútnej hodnoty a absolútne hodnoty nahradíme výrazmi podľa definície absolútnej hodnoty.
4. Riešenie je vhodné zapisovať do tabuľky

Postup pri riešení nerovnic je rovnaký akurát že výsledkom každej nerovnice riešenej na danom intervale je interval. Správime prienik výsledku a intervalu na ktorom sme rovnicu počítali čím vznikne koreň rovnice.

Grafom rovnice s absolútnou hodnotou je bod ktorý vznikne ako prienik grafu funkcie f s danou rovnicou s osou x. Grafom nerovnice je časť grafu tejto funkcie.