

## 27 Kombinatorika

### - Kombinatorika

- Daná je konečná neprázdna množina, ktorá má  $n$  prvkov,  $n \in \mathbb{N}$ . Z tejto množiny vyberáme skupinky prvkov a kladieme si otázku:
  - či sa prvky opakujú alebo neopakujú
  - či na poradí záleží alebo nezáleží
  - ak záleží na poradí, hovoríme, že tvoríme usporiadané  $k$ -tice alebo  $n$ -tice

### - Permutácie (poradia)

- „Koľkými spôsobmi možno zoradiť do radu prvky neprázdnej konečnej  $n$ -prvkovej množiny?“
- Každé jedno zoradenie nazývame permutáciou (poradím) prvkov danej množiny. Permutácie možno reprezentovať usporiadanými  $n$ -ticami prvkov danej  $n$ -prvkovej množiny.
- Počet všetkých permutácií  $n$  prvkov označujeme  $P(n)$ . Platí:  $P(n) = n!$  (Symbol „ $n!$ “ čítame ako „ $n$  faktoriál“ a je definovaný takto:  
 $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$   
 pre kombinačné čísla (uvedené ďalej) je vhodné zdefinovať  $0! = 1$ )

### - Kombinácie

- „Koľkými spôsobmi možno spomedzi  $n$  rôznych objektov vybrať  $k$   $n$  objektov, ak nezáleží na poradí vyberania?“  
 „Koľko  $k$ -prvkových množín má  $n$ -prvková množina?“
- Každý jeden výber  $k$  prvkov z daných  $n$  prvkov nazývame  $k$ -prvkovou kombináciou z  $n$  prvkov. Keďže nezáleží na poradí vyberania, možno kombinácie chápať ako neusporiadané  $k$ -tice, t.j.  $k$ -prvkové podmnožiny.
- Počet  $k$ -prvkových kombinácií z  $n$  prvkov označujeme  $K(k, n)$  a pre ich počet platí:  

$$K(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$
- Tento výraz sa v kombinatorike často vyskytuje, preto je preň zavedený špeciálny symbol  $\binom{n}{k}$  (bez zlomkovej čiary), ktorý sa číta „ $n$  nad  $k$ “ a  $n$ , a názov kombinačné číslo. Teda  $\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$

### - Základné vlastnosti kombinačných čísel

- Pre každé  $n \in \mathbb{N}$  platí:
  - $\binom{n}{0} = 1$
  - $\binom{n}{1} = n$
  - $\binom{n}{n} = 1$
  - pre každé  $k \leq n$  platí  $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$
  - pre každé  $k < n$  platí  $\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$

