

29. Kombinatorika

-zaoberá sa vytváraním k-prvkových skupín z n-prvkovej množiny a určovaním počtu týchto skupín

Princípy - na poradí záleží

-na poradí nezáleží

-prvky sa môžu opakovať

-prvky sa nemôžu opakovať

Faktoriál kladného celého čísla n označuje súčin všetkých kladných celých čísel menších alebo rovných n. Zapisuje sa n!

$$0! = 1 \quad 1! = 1$$

$$2! = 2 \cdot 1 \quad n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$$

Kombinačné číslo

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$$

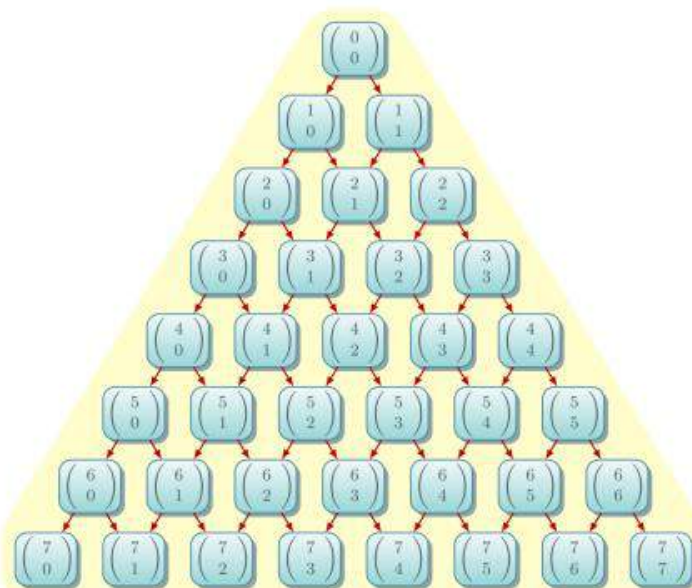
-pre $0 \leq k \leq n$

$$\binom{n}{0} = 1, \binom{0}{0} = 1, \binom{n}{1} = n, \binom{n}{n} = 1$$

$$\binom{n}{k} + \binom{n}{k+1} = \binom{n+1}{k+1}$$

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

Pascalov trojuholník



				1				
			1	2	1			
		1	3	3	1			
	1	4	6	4	1			
	1	5	10	10	5	1		
1	6	15	20	15	6	1		
1	7	21	35	35	21	7	1	

Variácie bez opakovania

-k-členná variácia z n prvkov je usporiadaná k-tica, v ktorej sa nijaké dva prvky neopakujú, z pevne zvolenej n-prvkovej množiny

-záleží na poradí prvkov

$$V_k(n) = \frac{n!}{(n-k)!} = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)$$

Variácie s opakovaním

-variácie k-tej triedy z n prvkov s opakovaním sú všetky možné usporiadané k-tice prvkov zostavené z n prvkov.

-prvky sa môžu opakovať

-záleží na poradí prvkov

$$V'_k(n) = n^k$$

Permutácie bez opakovania

-variácie n-tej triedy bez opakovania z n-prvkovej množiny nazývame permutácie bez opakovania

$$P(n) = n!$$

Permutácie s opakovaním

- je každá usporiadaná k-tica, vytvorená z n prvkov tak, že prvý prvok sa v nej vyskytuje práve k_1 -krát, druhý práve k_2 -krát atď., až n-tý prvok k_n -krát, pričom $k_1+k_2+\dots+k_n=n$.

$$P_{k_1, k_2, \dots, k_r}(n) = \frac{n!}{k_1! \cdot k_2! \cdot \dots \cdot k_r!}$$

Kombinácie bez opakovania

-je k-prvková podmnožina z n prvkov

-na poradí nezáleží

-prvky sa neopakujú

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

Kombinácie s opakovaním

-nezáleží na poradí

-prvky sa môžu opakovať

$$C'_k(n) = \binom{n+k-1}{k}$$