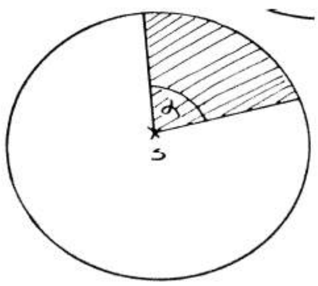
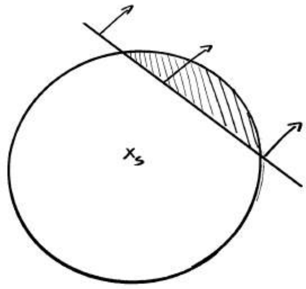
20 Kružnica

- **Kružnica**
  - Kružnicou so stredom S a polomerom r > 0 nazývame množinu všetkých bodov X v rovine, pre ktoré platí |SX| = r.
  - obvod = O = 2πr= π . d
  - obsah = S = π . r^2 = π . d^2 / 4
- **Kruhový výsek**
  - prienik kruhu a uhla, ktorý má vrchol v strede kružnice S
  - Výpočet obsahu kruhového výseku pomocou priamej úmery:
    - α° v stupňoch:
      πr2 ... 360°
      Sv ... α°
      → $S_v = \frac{\pi r^2}{360°}\alpha°$
    - α v radiánoch:
      → $S_v = \frac{\pi r^2}{2\pi}\alpha = \frac{r^2}{2}\alpha$
      S_v je obsah kruhového výseku.

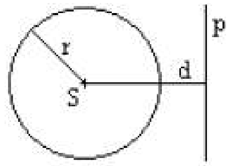


- **Kruhový odsek**
  - prienik kruhu a polroviny
  - $S_{od} = S_v - S_\Delta = \frac{\pi r^2}{360°}\alpha° - \frac{r^2 \sin\alpha°}{2} = \frac{r^2}{2}\alpha - \frac{r^2 \sin\alpha°}{2} = \frac{r^2}{2}(\alpha - \sin\alpha)rad$
  - π = konštanta = 3,14 = Ludolfovo číslo

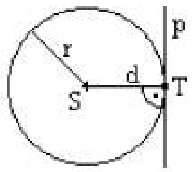


- **Medzikružie**
  - Plocha ohraničená dvomi sústredným kružnicami.
  - S = πr_1^2- πr_2^2=$\pi(r_1^2 - r_2^2)$
- Pre analytické vyjadrenie kružnice môžeme odvodiť tieto vety:
  - Kružnica so stredom v počiatku súradnicového systému (S=O) a s polomerom r má rovnicu, ktorú nazývame **stredovou rovnicou** kružnice:
    - $x^2 + y^2 = r^2$
  - Kružnica so stredom S (m,n) a polomerom r má rovnicu v tvare:
    - $(x – m)^2 + (y – m)^2 = r^2$
    - Tento tvar rovnice kružnice nazývame tiež **stredový tvar** rovnice kružnice.
  - Rovnicu každej kružnice môžeme vyjadriť vo **všeobecnom tvare**:
    - $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$
    - kde A,B,C R
  - Obrátená veta neplatí, lebo každá rovnica tohto tvaru nemusí byť rovnicou kružnice. Môže ňou byť iba vtedy, ak sa daná rovnica dá previesť na tvar uvedený vo vete 2.
    - Podmienka: $A^2 + B^2 > 4C$
- Kružnica je jednoznačne **určená**:
  - stredom a polomerom
  - 3 bodmi ležiacimi na tejto kružnici (kružnica opísaná trojuholníku)

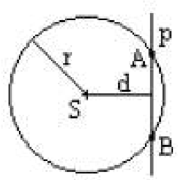
- **Talesova veta** - obvodový uhol nad priemerom kružnice je pravý
- Vzájomná poloha **kružnice a priamky**:
  nech $d = |S,p|$; S je stred kružnice k s polomerom r
  - $d > r$
    - p je nesečnica
    - pre bod $X \in k$ platí $|SX| = r$
    - pre bod $X \in p$ platí p $|SX| \geq d \rightarrow |SX| > r$
    - $p \cap k = \emptyset$



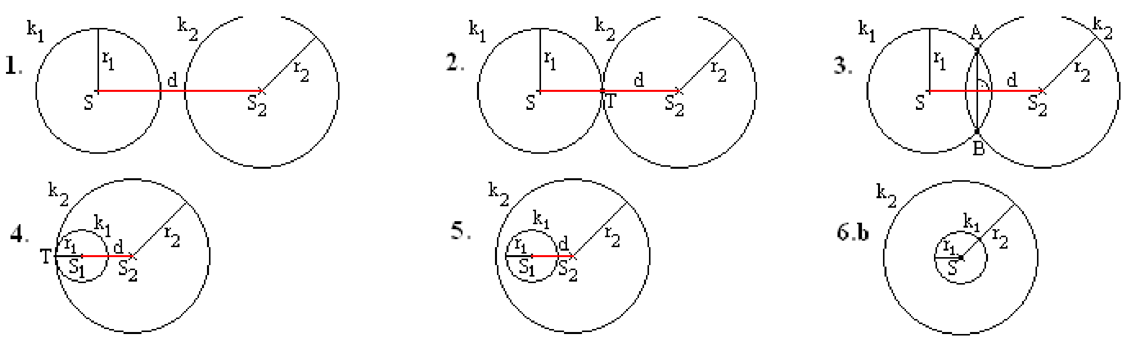
  - $d = r$ dotyčnica
    - $X \in k : |SX| = r$
    - $X \in p : |SX| \geq d$
    - $\rightarrow |SX| \geq r \rightarrow$
    - $p \cap k = \{T\}$



  - $d < r \Rightarrow$ sečnica
    - $X \in k : |SX| = r$
    - $X \in p : |SX| \geq d$
    - $\rightarrow \exists\, X \in p: |SX| = r$
    - $p \cap k = \{A,B\}$



- Vzájomná poloha **dvoch kružníc**:
  $k_1 (S_1, r_1)$; $k_2 (S_2, r_2)$; $d = |S_1 S_2|$
  - $d > (r_1 + r_2) \rightarrow k_1 \cap k_2 = \emptyset$; nemajú spoločný bod
  - $d = (r_1 + r_2) \rightarrow k_1 \cap k_2 = \{T\}$; 1 spoločný bod, vonkajší dotyk
  - $|r_1 - r_2| < d < (r_1 + r_2) \rightarrow k_1 \cap k_2 = \{A,B\}$; 2 spoločné body
  - $d = |r_1 - r_2| \rightarrow k_1 \cap k_2 = \{T\}$; 1 spoločný bod, vnútorný dotyk
  - $0 < d < |r_1 - r_2| \rightarrow k_1 \cap k_2 = \emptyset$; nemajú spoločný bod
  - $d = 0 \rightarrow S_1 = S_2$
    - ak $r_1 = r_2 \rightarrow$ kružnice sú totožné
      $k_1 = k_2 = k_1 \cap k_2$
    - ak $r_1 \neq r_2 \rightarrow$ sústredné kružnice
    - $k_1 \cap k_2 = \emptyset$; nemajú spoločný bod



- Kružnica **opísaná**
  - Je kružnica, ktorá obsahuje vrcholy trojuholníka. Jej stredom je priesečník osí strán trojuholníka. Polomerom je úsečka, ktorej začiatok je vo vrchole a koniec v strede opísanej kružnice. Polomer takejto kružnice vypočítame ako: $R = a/2*\sin\alpha = b/ 2*\sin\beta = c/ 2*\sin\gamma$
- Kružnica **vpísaná**
  - Je kružnica, ktorá sa dotýka všetkých strán trojuholníka. Stredom je priesečník osí uhlov. Polomerom je vzdialenosť strany od stredu kružnice. Polomer vypočítame podľa vzorca: $r = 4*R*\sin\alpha/2*\sin\beta/2*\sin\gamma/2$
- Dotyčnica ku kružnici k prechádzajúca daným bodom A
  - Dotyčnica kružnice je kolmá má polomer kružnice v bode dotyku. Trojuholník RST určený stredom kružnice, vonkajším bodom R a bodom dotyku T je preto pravouhlý, s pravým uhlom pri vrchole T a preponou SR. Bod dotyku teda leží na Tálesovej kružnici s priemerom SR. Tálesova kružnica pretína danú kružnicu k v dvoch rôznych bodoch, ktoré sú dotykovými bodmi dvoch dotyčníc prechádzajúcich vonkajším bodom R kružnice.