

Kvadratická rovnica

Každú rovnicu, danú predpisom $ax^2 + bx + c = 0$ nazývame **kvadratická rovnica**, pričom a, b, c sú reálne čísla, $a \neq 0$. Neznámou je x , kde ax^2 je KVADRATICKÝ ČLEN, bx LINEÁRNY ČLEN a c je ABSOLÚTNY ČLEN. Čísla a, b, c nazývame aj KOEFICIENTY KVADRATICKEJ ROVNICE.

TYPY KVADRATICKÝCH ROVNÍC A ICH RIEŠENIE

Špeciálne prípady kvadratickej rovnice:

- ak $b = 0$, tak **kvadratická rovnica** má tvar $ax^2 + c = 0$ a nazýva sa rýdzo kvadratická rovnica, má dva navzájom opačné korene
- ak $c = 0$, tak **kvadratická rovnica** má tvar $ax^2 + bx = 0$ a nazýva sa kvadratická rovnica bez absolútneho člena, jej jedným koreňom je $x_1 = 0$, druhý $x_2 = -b/a$
- ak upravíme **kvadratickú rovnicu** $ax^2 + bx + c = 0$ – vydelíme ju koeficientom a a dostaneme rovnicu $x^2 + b/a \cdot x + c/a = 0$ a upravíme ju na tvar $x^2 + px + q = 0$, kde $p = b/a$ a $q = c/a$, tak hovoríme o normovanom tvare kvadratickej rovnice.

Vzťahy medzi koreňmi a koeficientmi kvadratickej rovnice

O koreňoch x_1, x_2 všeobecnej kvadratickej rovnice $ax^2 + bx + c = 0$, platí:

$$x_1 + x_2 = -b/a \text{ alebo } -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = c/a \text{ alebo } q$$

Uvedené vzťahy nazývame VIETOVE VZORCE.

Ak má kv rovnica $ax^2 + bx + c = 0$ korene x_1, x_2 , tak platí $ax^2 + bx + c = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$. Výrazy $x - x_1, x - x_2$ sa nazývajú **KOREŇOVÉ Činitele**.

Poznáme viacero možností na vyriešenie rovnice a to :

1. doplnenie na štvorec
2. úprava rozkladom na súčin
3. výpočet koreňov pomocou diskriminantu
4. grafické riešenie kvadratickej rovnice

1. Je úprava, ktorá sa používa predovšetkým v rovniach s viacerými neznámymi. Uvádzam príklad:

$$y = x^2 - 2x$$

$$y = x^2 - 2x + 1 - 1$$

$$y = (x - 1)^2 - 1 \rightarrow x = 1; y = -1$$

2. Rovnicu môžeme riešiť rozkladom na súčin s využitím vzťahov medzi koreňmi rovnice a koeficientmi p, q . Platí:

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

$$x_1 + x_2 = -p$$

Riešiť kvadratickú rovnicu týmto spôsobom má zmysel riešiť len v prípade, že jej riešením sú celé čísla. Vtedy pre nás nie je problém určiť x_1 a x_2 takmer bez premýšľania.

3. V takom prípade o riešiteľnosti danej kvadratickej rovnice $ax^2 + bx + c = 0$ - či daná rovnica má alebo nemá riešenie, resp. aké sú hodnoty koreňov danej kvadratickej rovnice rozhoduje výraz

$D = b^2 - 4ac$ -> ktorý nazývame **diskriminant**.

Platí:

- ak $D > 0$, tak daná kvadratická rovnica má 2 rôzne reálne korene
- ak $D = 0$, tak daná kvadratická rovnica má dva rovnaké reálne korene, čiže tzv. dvojnásobný reálny koreň
- ak $D < 0$, tak daná kvadratická rovnica nemá riešenie v obore reálnych čísel (samozrejme v obore komplexných čísel má dva imaginárne komplexne združené korene)

Z predchádzajúceho je zrejmé, že v prípade $D \geq 0$ má zmysel pokračovať v riešení kvadratickej rovnice.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm D}{2a} \quad \text{resp.} \quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

4. Grafom kvadratickej funkcie je **parabola**.

Vrchol paraboly nájdeme pomocou prvej derivácie.

$y = 2x^2$ čím je číslo pred x väčšie tak tým viac sa zužuje.

+ pozrieť si kvadratickú funkciu