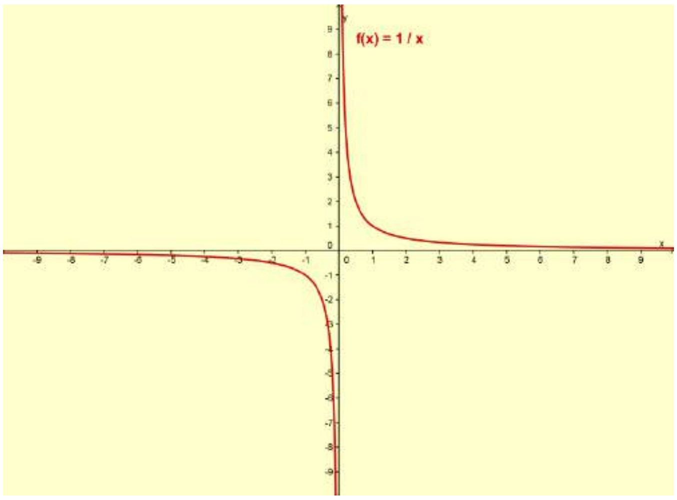
9 Lineárna lomená funkcia

- Všeobecný predpis lineárnej lomenej funkcie je : y = 1/x
- Základným grafom je hyperbola



Lineárna lomená funkcia sa nazýva každá funkcia definovaná na R - {-d/c} **daná rovnicou**:

y = (ax+b) / (cx + d) ; a, b, c, d ϵ R, c ≠ 0, bc – ad ≠ 0.

- Rovnicu lineárnej lomenej funkcie môžeme **upraviť na tvar**:
  y – y0 = k / (x – x0), kde O´[x0, y0] je začiatok posunutej súradnicovej sústavy.
- Lineárnu lomenú funkciu možno vyjadriť ako **posunutú nepriamu úmernosť**.
- Ak je lineárna lomená funkcia daná predpisom y = (ax+b) / (cx + d), potom stred hyperboly je bod S[-d/c, a/c] a asymptoty sú x = -d/c, y = a/c.
- Ak je lineárna lomená funkcia daná predpisom y – y0 = k / (x – x0), potom stred hyperboly je bod S[x0, y0] a asymptoty sú x = x0, y = y0.

Vlastnosti lineárnej lomenej funkcie

D(f) = (-∞, -d/c) U (-d/c, ∞) = R - {-d/c}

H(f) = (-∞, a/c) U (a/c, ∞) = R - {a/c}

Monotónnosť:

- Ak a/c > 0

rastúca: nie je

klesajúca na celom D(f): (-∞, -d/c) U (-d/c, ∞)

- Ak a/c < 0

rastúca: na celom D(f): (-∞, -d/c) U (-d/c, ∞)

klesajúca: nie je

Párnosť, nepárnosť:

- Ak stred hyperboly má súradnice [-d/c, a/c], potom funkcia nie je párna ani nepárna.
- Ak stred hyperboly má súradnice [0, 0], potom je funkcia nepárna.

Ohraničenosť: Funkcia nie je ani zhora ani zdola ohraničená.

Extrémy: Funkcia nemá ani minimum ani maximum.

Prostosť: Funkcia je prostá na celom D(f).

Priesečníky s osami x, y:

- Px[-b/a, 0]
- Py[0, b/d]
- hodnoty priesečníku s osou x vypočítame tak, že do predpisu funkcie dosadíme za y nulu.
- hodnoty priesečníku s osou y vypočítame tak, že do predpisu funkcie dosadíme za x nulu.

Inverzná funkcia

$$f\colon y = \frac{x+4}{x+2}$$

$$as \parallel o_y\colon\ x+2=0 \quad\rightarrow\quad \boldsymbol{x=-2}$$

$$as \parallel o_x\colon\ (x+4)\colon(x+2) = \mathbf{1} + \frac{\mathbf{2}}{x+2} \quad\rightarrow\quad \boldsymbol{y=1}$$

$$2>0 \quad\rightarrow\quad graf\ v\ I.a\ III.kvadrante$$

$$P_x[x;0] \quad\rightarrow\quad 0=\frac{x+4}{x+2} \quad\rightarrow\quad 0=x+4 \quad\rightarrow\quad x=-4 \quad\rightarrow\quad \boldsymbol{P_x[-4;0]}$$

$$P_y[0;y] \quad\rightarrow\quad y=\frac{0+4}{0+2} \quad\rightarrow\quad y=2 \quad\rightarrow\quad \boldsymbol{P_y[0;2]}$$

$$f^{-1}\colon x = \frac{y+4}{y+2}$$

$$x(y+2) = y+4$$

$$xy+2x = y+4$$

$$xy - y = -2x+4$$

$$y(x-1) = -2x+4$$

$$f^{-1}\colon y = \frac{-2x+4}{x-1}$$