

## 14.

**POUŽITIE VLASTNOSTÍ LOGARITMICKÝCH FUNKCIÍ PRI RIEŠENÍ  
LOGARITMICKÝCH ROVNÍC A NEROVNÍC**

**Logaritmická funkcia**

- je to každá funkcia  $f$ , ktorej rovnicu môžeme napísať v tvare  $f: y = \log_a x$ , kde  $a > 0 \wedge a \neq 1$ , pričom platí, že  $\log_a x = y \Leftrightarrow x = a^y$
- je rastúca práve vtedy, keď  $a \in (1, \infty)$ , resp. logaritmická funkcia je klesajúca práve vtedy, keď  $a \in (0, 1)$  (táto vlastnosť sa využíva najmä pri riešení logaritmických nerovnic)

**Logaritmické rovnice**

- sú také rovnice, v ktorých sa vyskytuje aspoň jeden logaritmus premennej
- riešime ju tak, že ju upravíme tak, aby na oboch stranách rovnice boli logaritmy s tým istým základom
- tieto logaritmy sa rovnajú práve vtedy, keď sa rovnajú výrazy za nimi napísané
- musíme určiť podmienky riešiteľnosti a urobiť prienik medzi množinou riešení a týmito podmienkami, prípadne vykonať skúšku

**Logaritmické nerovnice**

- sú také nerovnice, v ktorých sa vyskytuje aspoň jeden logaritmus premennej
- riešime ich podobne ako logaritmické rovnice, no musíme dbať na monotónnosť logaritmickú funkciu - ak je logaritmická funkcia klesajúca, teda  $a \in (0, 1)$ , tak sa po odlogaritmovaní otočí znak nerovnosti (resp. ak je rastúca, teda  $a \in (1, \infty)$ , tak sa po odlogaritmovaní znak nerovnosti nezmení), čiže:
 

|                         |                              |
|-------------------------|------------------------------|
| $\log_a x > \log_a y$ : | 1) $a > 1 \Rightarrow x > y$ |
|                         | 2) $a < 1 \Rightarrow x < y$ |

**Vlastnosti logaritmov (vety o logaritmoch)**

1. pre všetky kladné reálne čísla  $m, n$  platí  $\log_a (m \cdot n) = \log_a m + \log_a n$

(logaritmus súčinu výrazov sa rovná súčtu logaritmov týchto výrazov)

2. pre všetky kladné reálne čísla  $m, n$  platí  $\log_a (m/n) = \log_a m - \log_a n$

(logaritmus podielu výrazov sa rovná rozdielu logaritmov čitateľa a menovateľa)

3. pre všetky kladné reálne čísla  $m, n$  platí  $\log_a m^n = n \cdot \log_a m$

(logaritmus mocniny kladného čísla sa rovná súčinu exponentu a logaritmu základu mocniny)

4. pre všetky kladné reálne čísla  $m, n$  platí  $\log_a \sqrt[n]{m} = (\log_a m) / n$

(logaritmus odmocniny kladného čísla sa rovná podielu logaritmu výrazu, ktorý je pod odmocninou a jeho odmocniteľa)

**Vzťah medzi logaritmi s rôznym základom:**  $\log_a x = (\log_b x) / (\log_b a)$