Mnohočleny

Mnohočlen a jeho základné vlastnosti.

Výrazy **$2x$, y^2c, 7, – 1/3**, atď. sú **jednočleny**. Súčet niekoľkých jednočlenov sa nazýva **mnohočlen** napr. $x^3 - 3x^2 + 2/3x - 3$ alebo $2a - 3b + 4$;

Jednotlivé sčítance sa nazývajú **členy mnohočlena**. Písmená **x, y, c, a, b...** nazývame **premenné**, pretože namiesto nich môžeme dosadzovať prirodzené, celé, racionálne, reálne alebo komplexné čísla.

Činitele pri premenných sú **koeficienty**. Exponent premennej člena mnohočlena určuje jeho stupeň.

V štvorčlčne $x^3 - 3x^2 - 2/3x + 1/2$ prvý člen x^3 má koeficient číslo 1 a je členom tretieho stupňa, druhý člen $-3x^2$ má koeficient číslo – 3 a je členom druhého stupňa, tretí člen $-2/3x$ má koeficient číslo – 2/3 a je členom prvého stupňa a štvrtý člen **+ ½** je členom nultého stupňa a nazýva sa **absolútny člen**.

Opačný mnohočlen dostaneme, keď daný mnohočlen násobíme číslom – 1.

Sčítanie a odčítanie

Pri sčítaní mnohočlenov využijeme vlastnosti sčítania racionálnych čísiel.

a) poradie sčítancov v súčte môžeme navzájom vymeniť.
b) Sčítancov v súčte môžeme navzájom združovať (tvoriť čiastočné súčty).
c) Sčítanie a násobenie je distributívne.
d) Ku každému sčítancu existuje opačný sčítanec (každý rozdiel môžeme napísať ako
. súčet a obrátene.

Sčítame a odčítame iba také jednočleny, ktoré sa líšia len v koeficiente, čiže rovnomenné členy. Robíme to použitím distributívneho zákona.

$$4a^2 + 3a^2 - 5a^2 = (4 + 3 - 5)a^2 = 2a^2 ;$$

V zložitejších prípadoch pri úprave mnohočlenov najskôr jeho členov premiestnime, aby sme združili rovnomenné členy, ktoré potom sčítame.

1) Sčítať dva alebo viac mnohočlenov znamená utvoriť taký mnohočlen, ktorého členy sú súčty rovnomenných členov z obidvoch mnohočlenov.

$$(3x + 2y - 3z + 1) + (4x - 3y + 5z - 3) = 3x +2y - 3z + 1 + 4x - 3y + 5z - 3 =$$
$$= 7x - y + 2z - 2 ;$$

2) Mnohočlen odčítame od druhého mnohočlena tak, že pričítame k danému mnohočlenu opačný mnohočlen.

$$(4a + 3b - 5c + 1) - (3a - 2b - 2c + 4) = (4a + 3b - 5c + 1) + (- 3a + 2b + 2c - 4) =$$
$$= 4a + 3b - 5c + 1 - 3a + 2b + 2c - 4 = a + 5b - 3c - 3 ;$$

Druhý riadok príkladu obyčajne nevypisujeme ale prechádzame priamo až na tretí.

Násobenie

Pri násobení jednočlenov využívame pravidlo o násobení mocnín s rovnakým základom a komutatívny a asociatívny zákon.

$4x^2 \,.\, 2x^3 = (4 \,.\, 2)\,(x^2 \,.\, x^3) = 8x^5$;
$- \quad m^2n \,.\, 3m = (-1 \,.\, 3)\,(m^2 \,.\, m)n = -3m^3n$;

Pri násobení mnohočlena jednočlenom použijeme distributívny zákon, ktorý sme všeobecne zapísali

$$\mathbf{(a + b + c + d).\ m = am + bm + cm + dm}$$

Mnohočlen násobíme jednočlenom, keď týmto jednočlenom vynásobíme každý člen mnohočlena a takto vzniknuté súčiny sčítame.

$$(2a + 3b).\ 5 = 10a + 15b$$

Súčin dvoch mnohočlenov je mnohočlen, ktorého členy dostaneme tak, že násobíme každý člen prvého mnohočlena postupne každým členom druhého mnohočlena a takto vzniknuté súčiny sčítame.

$$(2x^2 - 3x)\,(4x + 1) = 8x^3 - 12x^2 + 2x^2 - 3x = 8x^3 - 10x^2 - 3x \ ;$$

Delenie

Pri delení jednočlenov využívame vety o delení mocnín. Podiel dvoch navzájom rovnakých jednočlenov sa rovná jednej

$$12xy : 12xy = 1 \ ;$$

1) Mnohočlen delíme jednočlenom rôznym od nuly tak, že každý člen mnohočlena delíme jednočlenom a získané podiely sčítame

$$(5a + 15b - 10) : 5 = a + 3b - 2 \ ;$$