Neúplné čísla

Čísla, ktoré presne nepoznáme, alebo ktoré sme upravili zaokrúhlením sa nazývajú **čísla neúplné**. Neúplné číslo definujeme ako súhrn všetkých čísel A, ktoré vyhovujú nerovnosti.

$$.a_1 \leq A \leq a_2 ; \qquad (a < a_1 < a_2) ;$$

Číslo $\mathbf{a_1}$ sa nazýva dolná hranica alebo dolná aproximácia neúplného čísla, číslo $\mathbf{a_2}$ je horná hranica alebo aproximácia neúplného čísla. Číslo **A** je akékoľvek číslo vyhovujúce tejto nerovnosti.

Príklad. Z čísel 1,1 ; 1,2 ; 1,3 ; 1,4 ; 1,5 ; sú prípustné hodnoty neúplného čísla $1{,}3 \leq A \leq 1{,}5$ čísla 1,3 ; 1,4 ; 1,5 ; vyhovujú danej nerovnosti.

Ak je $\mathbf{a_1; a_2}$ dolná a horná aproximácia neúplného čísla potom číslo

$$.a = \frac{a_1 + a_2}{2} ; \qquad (0 < a_1 < a_2)$$

sa nazýva stredná hodnota aproximácie daného neúplného čísla.

Príklad. Ak má neúplné číslo dolnú aproximáciu $a_1 = 0{,}073$ a hornú aproximáciu $.a_2 = 0{,}074$, potom jeho stredná hodnota a je

$$.a = \frac{0{,}073 + 0{,}074}{2} = \frac{0{,}147}{2} = 0{,}0735 ;$$

Ak máme udanú iba a_1, a_2 dolnú a hornú aproximáciu neúplného čísla potom číslo

$$\alpha = \frac{.a_2 - a_1}{2} ; \qquad (0 < a_1 < a_2)$$

sa nazýva absolútnou chybou neúplného čísla.

Príklad. Absolútnou chybou neúplného čísla $0{,}03 \leq A \leq 0{,}04$ je

$$\alpha = \frac{0{,}04 - 0{,}03}{2} = \frac{0{,}01}{2} = 0{,}005;$$

Z oboch definícií vyplýva nasledujúci vzťah medzi dolnou a hornou aproximáciou a_1, a_2 neúplného čísla jeho strednej hodnoty **a** a absolútnou chybou α.

$$.a_1 = a - \alpha ; \quad \text{alebo} \quad a_2 = a + \alpha ;$$

Platnosť týchto vzťahov ľahko dokážeme ak počítame lineárnu sústavu nerovností o jednej neznámej.

Teda môžeme definovať neúplné číslo ako súhrn všetkých čísel A, ktoré vyhovujú nerovnosti.

$$.\mathbf{a} - \alpha \;\leq\; \mathbf{Aa} + \alpha \;;$$

kde **a** je stredná hodnota a **α** je absolútna chyba neúplného čísla.

Príklad. Ak stredná hodnota neúplného čísla A sa rovná $a = 0,04$ a jeho absolútna chyba $\alpha = 0,01$ potom neúplné číslo A je súhrnom čísel pre, ktoré platí

$$0,04 - 0,01 \;\leq\; A \;\leq\; 0,04 + 0,01 \;;$$

$$0,03 \;\leq\; A \;\leq 0,05 \;;$$

V technickej praxi zapisujeme neúplné číslo A spravidla v tvare

$$\mathbf{A} = \mathbf{a} \pm \alpha \;;$$

Pomer absolútnej chyby neúplného čísla **α** k strednej hodnote neúplného čísla **a** je

$$\varepsilon = \frac{\alpha}{\mathbf{a}} \;;$$

sa nazýva pomerná alebo relatívna chýba daného neúplného čísla.

Príklad. Ak $a = 1,5$ $\alpha = 0,03$ potom

$$\varepsilon = \frac{\alpha}{a\,.} = \frac{0,03}{1,5} = 0.02$$

Relatívna chyba neúplného čísla $1,5 \pm 0,03$ je $\varepsilon = 0,002$;

Základné počtové úkony s neúplnými číslami.

Súčet, rozdiel, súčin a podiel dvoch neúplných čísel je opäť neúplné číslo.
Pri počítaní a neúplnými číslami používame

a) metódu medzí

b) pravidlá vzorcov

Pri metóde medzí postupujeme tak, že

1) prevedieme dvojitý výpočet a to

   a) s takými hodnotami medzí oboch neúplných čísel, aby výsledok príslušného počtového výkonu bol čo najmenší, čím určíme dolnú medzu výsledku.

b) s takými hodnotami medzí oboch neúplných čísel, aby výsledok príslušného počtového výkonu bol čo najväčší, čím určíme hornú medzu výsledku.

2) z takto určenej medze hornej i dolnej vypočítame

a) strednú hodnotu výsledku podľa vety aproximácie

$$\mathbf{a = \frac{a_1 + a_2}{2}\ ; \quad (0 < a_1 < a_2)}$$

b) absolútnou chybou výsledku podľa

$$\boldsymbol{\alpha} = \mathbf{\frac{a_2 - a_1}{2}\ ; \quad (0 < a_1 < a_2)}$$

spravidla iba na jednu platnú číslicu.

3) Výsledok počtového výkonu zapíšeme neúplným číslom. Pričom jeho strednú .hodnotu zaokrúhlime na jednotky rovnakého radu, na ktoré je zaokrúhlená jeho absolútna chyba.

Príklad. Najmenším súčtom neúplných čísel

$$a_1 = 2{,}4 \leq A \leq 2{,}6 = a_2$$

$$b_1 = 1{,}0 \leq B \leq 1{,}2 = b_2$$

je jasné, že najmenších prípustných hodnôt oboch čísel A, B , je súčet ich dolných medzí

$$s_1 = 2{,}4 + 1{,}0 = 3{,}4$$

Tento najmenší súčet s_1 je teda dolná medza výsledného súčtu s. Podobne riešime i rozdiel r súčin n, a podiel p.

a) Súčet A + B najmenší $s_1 = a_1 + b_1 = 2{,}4 + 1{,}0 = 3{,}4$
najväčší $s_2 = a_2 + b_2 = 2{,}6 + 1{,}2 = 3{,}8$

b) Rozdiel A – B najmenší $r_1 = a_1 - b_2 = 2{,}4 - 1{,}2 = 1{,}2$
najväčší $r_2 = a_2 - b_1 = 2{,}6 - 1{,}0 = 1{,}6$

c) Súčin A . B najmenší $n_1 = a_1 b_1 = 2{,}4 \,.\, 1{,}0 = 2{,}4$
najväčší $n_2 = a_2 b_2 = 2{,}6 \,.\, 1{,}2 = 3{,}12$

d) Podiel A : B najmenší $p_1 = a_1 : b_2 = 2{,}4 : 1{,}2 = 2$
najväčší $p_2 = a_2 : b_1 = 2{,}6 : 1{,}0 = 2{,}6$

Pre počítanie s neúplnými číslami platia i nasledujúce vzorce .

1) $\mathbf{A + B = (a + b) \pm (\alpha + \beta)}$; $\mathbf{A = a \pm \alpha}$; $\mathbf{B = b \pm \beta}$;

2) $\mathbf{A - B = (a - b) \pm (\alpha + \beta)}$;

3) $$\mathbf{A \,.\, B = a \,.\, b \pm \left(\frac{\alpha}{a} + \frac{\beta}{b}\right) ab}\ ;$$

4) $$\mathbf{\frac{A}{B} = \frac{.a}{.b} \pm \left(\frac{\alpha}{a} + \frac{\beta}{.b}\right) . \frac{a}{b}}\ ;$$

Vzorce pre súčin a podiel sú iba približné ale v praxi je presnosť dostatočná.

Absolútna chyba

Súčet $\alpha_s = \alpha + \beta$

Rozdiel $\alpha_r = \alpha + \beta$

Súčin $$\alpha_n = \left(\frac{\alpha}{.a} + \frac{\beta}{b}\right).ab = \alpha b + \beta a$$

Podiel $$\alpha_p = \left(\frac{\alpha}{.a} + \frac{\beta}{b}\right) . \frac{a}{b} = \frac{\alpha b + \beta a}{b^2}\ ;$$