

13 Postupnosti

Postupnosť je funkcia, ktorej definičným oborom je množina všetkých prirodzených čísel \mathbb{N} . Funkčná hodnota tejto funkcie priradená číslu " n " $\in \mathbb{N}$ sa nazýva n -tý člen postupnosti a označujeme ho najčastejšie „ a_n “; „ b_n “; a podobne.

Postupnosť s n -tým členom a_n sa potom označuje $\{a_n\}$.

Napríklad postupnosť všetkých prirodzených nepárnych čísel je funkcia, ktorá číslu 1 priraduje číslo $a_1 = 1$; číslu 2 číslo $a_2 = 3$; číslu 3 číslo $a_3 = 5$. Všeobecne číslu „ n “ číslo $a_n = 2n - 1$.

Napíšeme si postupnosť týchto čísel: 1- a_1 , 3- a_2 , 5- a_3 , 7- a_4 , 9- a_5 .

Grafom postupnosti sú jednotlivé (izolované) body. Napríklad pre našu postupnosť nepárnych čísel sú to body, ktorých pravouhlé súradnice sú: [1,1][2,3][3,5][4,7] [5,9].

Rozlišujeme konečnú a nekonečnú postupnosti.:

- **Konečná** postupnosť sa zapisuje $a_1, a_2, a_3, \dots, a_k = \{a_n\}_{n=1}^k$
 - o Definičným oborom je množina prvých k prirodzených čísel.
- **Nekonečná** postupnosť sa zapisuje $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n = \{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, resp. $(a_n)_{n=1}^{\infty}$
 - o Definičným oborom je celá množina prirodzených čísel.

Funkčný predpis postupnosti je spravidla zadaný jedným z nasledujúcich spôsobov:

- vzorcom: vyjadrujúci **n -tý člen** postupnosti $\{a_n\}$ pomocou n . Napríklad pre našu postupnosť všetkých nepárnych prirodzených čísel je $a_n = 2n - 1$, $n \in \mathbb{N}$ a túto postupnosť stručne zapíšeme $\{2n - 1\}$.
- **rekurentne**: udaním prvého člena postupnosti a rekurentného vzorca, ktorý vyjadruje $(n + 1)$ člen postupnosti pomocou predchádzajúcich členov.

Typy postupnosti:

- **Ohraničená** postupnosť: ak existuje také číslo C , že platí $|a_n| \leq C$
- **Rastúca** postupnosť: pre ňu platí $a_{n+1} > a_n$
- **Klesajúca** postupnosť: pre túto postupnosť platí $a_{n+1} < a_n$ (napríklad ak máme postupnosť čísel 12,10,8,6,...)