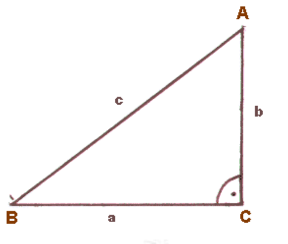
18 Pravouhlý a všeobecný trojuholník

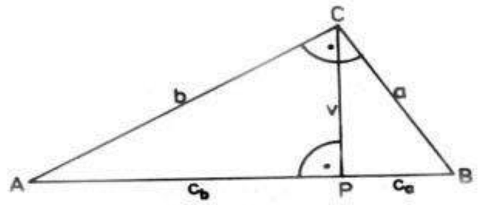
Vlastnosti **všeobecného** trojuholníka :

- nech je daný ΔABC , kde
    - *a, b, c* sú dĺžky strán, kt. ležia oproti vrcholom A, B, C
    - *α, β, γ* sú veľkosti vnútorných uhlov pri vrcholoch A, B, C
    - *r* je veľkosť polomeru kružnice opísanej trojuholníku
    - *s* je veľkosť polomeru vpísanej kružnice
    - v_a, v_b, v_c - sú veľkosti výšok na strany a, b, c
    - t_a, t_b, t_c - sú veľkosti ťažníc na strany a, b, c
    - *S* – je obsah
    - *O* – je obvod
- Platí:
    - $\alpha+\beta+\gamma=180^\circ$
    - $\alpha > \beta \rightarrow a > b$ (oproti väčšiemu uhlu leží dlhšia strana)
    - $a + b > c$ (trojuholníková nerovnosť)
    - $\dfrac{a}{\sin\alpha} = \dfrac{b}{\sin\beta} = \dfrac{c}{\sin\gamma} = 2r$
    - $a : b : c = \dfrac{1}{v_a} : \dfrac{1}{v_b} : \dfrac{1}{v_c}$
- Obvod : $\Delta :\ O = a + b + c$
- Obsah : $\Delta :\ S = \dfrac{a.v_a}{2}$, $S = \dfrac{ab\sin\gamma}{2} = \dfrac{bc\sin\alpha}{2} = \dfrac{ac\sin\beta}{2}$, $S = 2r^2 \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma$
- Herónov vzorec: $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \dfrac{O}{2}$
- Sínusová veta: $a : b : c = \sin\alpha : \sin\beta : \sin\gamma$
- Kosínusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$

Špeciálne vlastnosti **pravouhlého** trojuholníka :



- Pytagorova veta
    - V pravouhlom ΔABC so stranami a, b, c , kde a, b sú odvesny a prepona, platí $c^2 = a^2 + b^2$
- Euklidove vety
    - V pravouhlom ΔABC s pravým uhlom pri vrchole C sú dané strany a, b, c bod P, ktorý je pätou výšky v_c a úseky $c_b = AP$, $c_a = PB$, kde $c = c_a + c_b$.



- Potom platí:
  - $v^2 = c_a . c_b$ (veta o výške)
  - $a^2 = c.c_a$, $b^2 = c.c_b$ (vety o odvesnách)
- Pre uhly v pravouhlom ΔABC platí: $\sin\alpha = \frac{a}{c}$, $\cos\alpha = \frac{b}{c}$, $tg\alpha = \frac{a}{b}$ a stred kružnice opísanej je stredom prepony, je to Talesova kružnica $\tau\left(S, r = \frac{AB}{2}\right)$