

Pri riešení sústavy dvoch rovníc s dvoma neznámymi využívame 3 metódy:

1. dosadzovaci (substitučnú) metódu;
2. sčítaci (adičnú) metódu;
3. porovnávaciu (komparačnú) metódu.

Dosadzovacia (substitučná) metóda:

Táto metóda spočíva v tom, že z jednej rovnice si vyjadríme jednu neznámu a výraz ktorý takto dostaneme, dosadíme za túto neznámu do druhej rovnice.

Takto dostaneme rovnicu s jednou neznámou, ktorú vyriešime. Následne dosadením vypočítame i druhú neznámu.

$$2x - 3y = 5$$

$$x - 2y = 1$$

s neznámymi $x, y \in \mathbb{R}$.

Riešenie:

Z prvej rovnice si vyjadríme napr. neznámu x :

$$2x - 3y = 5 \quad / +3y$$

$$2x = 5 + 3y \quad / :2$$

$$x = \frac{5}{2} + \frac{3}{2}y$$

Výraz, ktorý sme získali dosadíme do druhej rovnice za neznámu x :

$$\frac{5}{2} + \frac{3}{2}y - 2y = 1$$

Získali sme lineárnu rovnicu s jednou neznámou, ktorú vyriešime:

$$\frac{5}{2} + \frac{3}{2}y - 2y = 1 \quad / \cdot 2$$

$$5 + 3y - 4y = 2$$

$$5 - y = 2 \quad / -5$$

$$-y = -3 \quad / \cdot (-1)$$

$$y = 3$$

Získanú neznámu dosadíme do upravenej 1. rovnice a vypočítame neznámu x :

$$x = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} \cdot 3 = \frac{5}{2} + \frac{9}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

Skúšku správnosti robíme dosadením vypočítaných hodnôt neznámych do oboch rovníc:

$$L_1 = 2 \cdot 7 - 3 \cdot 3 = 14 - 9 = 5$$

$$P_1 = 7 - 2 \cdot 3 = 7 - 6 = 1$$

$$L_1 = P_1$$

$$\begin{array}{r} \mathbb{L}_2 = \\ \mathbb{P}_2 = \\ \mathbb{L}_2 = \mathbb{P}_2 \end{array} \quad \begin{array}{ccccccc} 7 & - & 2 & \in & 3 & = & 1 \\ & & & & & & 1 \end{array}$$

Riešením danej sústavy je usporiadaná dvojica $[x; y] = [7; 3]$.

Sčítacia (adičná) metóda:

Táto metóda spočíva v tom, že každú rovnicu po úprave na základný tvar napr. $2x+3y=4$ vhodne násobíme tak, aby po sčítaní oboch rovníc jedna neznáma „vypadla“.

Takto dostaneme rovnicu s jednou neznámou, ktorú vyriešime. Pri „čistej“ sčítacej metóde to isté vykonáme i s druhou neznámou. V praxi je často využívaná kombinácia sčítacej a dosadzovacej metódy, čiže jednu neznámu určíme sčítacou metódou a druhú dosadením už známej hodnoty do niektorej z rovníc.

$$\begin{array}{l} 2x - 3y = 5 \\ x - 2y = 1 \end{array}$$

s neznámymi $x, y \in \mathbb{R}$.

Riešenie:

Chceme určiť napr. neznámu x , teda potrebujeme, aby „vypadla“ neznáma y . Násobíme teda prvú rovnicu číslom -2 a druhú rovnicu číslom 3 .

$$\begin{array}{r} 2x - 3y = 5 \quad / \cdot (-2) \\ x - 2y = 1 \quad / \cdot 3 \\ \hline -4x + 6y = -10 \\ 3x - 6y = 3 \\ \hline \text{Teraz obe rovnice sčítame:} \\ -4x + 3x + 6y - 6y = 3 - 10 \\ -x = -7 \quad / \cdot (-1) \\ x = 7 \end{array}$$

Ak chceme kombinovať sčítaciu a dosadzovaciu metódu, tak hodnotu neznámej x , ktorú sme získali, dosadíme napr. do druhej rovnice za neznámu x :

$$7 - 2y = 1 \text{ a z toho } y = 3.$$

Skúška správnosti tak isto ako v prvej metóde.

Pridaj na: [Facebook](#) | [Twitter](#) | [Vybrali.sme](#)

Sústavy dvoch lineárnych rovníc s dvomi neznámymi

Rovnicu tvaru $ax + by = c$, kde $a \neq 0$ alebo $b \neq 0$ nazývame **lineárnou rovnicou s dvoma neznámymi x, y** .

Dvojicu čísel x_0 a y_0 nazývame riešením vyššie uvedenej rovnice, ak platí:

$$ax_0 + by_0 = c$$

Rovnice tvaru

$$ax + by = c, \text{ kde } a \neq 0 \text{ alebo } b \neq 0$$

$$dx + ey = f, \text{ kde } d \neq 0 \text{ alebo } e \neq 0$$

nazývame **sústavou dvoch lineárnych rovníc s dvoma neznámymi x, y** .

Dvojicu čísel x_0 a y_0 nazývame riešením vyššie uvedenej sústavy rovníc, ak platí:

$$ax_0 + by_0 = c \text{ a zároveň } dx_0 + ey_0 = f$$

Pri riešení sústavy dvoch rovníc s dvoma neznámymi využívame 3 metódy:

1. **dosadzovaci (substitučnú) metódu;**
2. **sčítaci (adičnú) metódu;**
3. **porovnávaciu (komparačnú) metódu.**

Dosadzovacia (substitučná) metóda:

Táto metóda spočíva v tom, že z jednej rovnice si vyjadríme jednu neznámu a výraz ktorý takto dostaneme, dosadíme za túto neznámu do druhej rovnice.

Takto dostaneme rovnicu s jednou neznámou, ktorú vyriešime. Následne dosadením vypočítame i druhú neznámu.

Ukážme si to radšej na jednoduchom príklade.

Príklad 1:

Riešte sústavu rovníc

$$2x - 3y = 5$$

$$x - 2y = 1$$

s neznámymi $x, y \in \mathbb{R}$.

Riešenie:

Z prvej rovnice si vyjadríme napr. neznámu x :

$$2x - 3y = 5 \quad / +3y$$

$$2x = 5 + 3y \quad / :2$$

$$x = \frac{5}{2} + \frac{3}{2}y$$

Výraz, ktorý sme získali dosadíme do druhej rovnice za neznámu x :

$$\frac{5}{2} + \frac{3}{2}y - 2y = 1$$

Získali sme lineárnu rovnicu s jednou neznámou, ktorú vyriešime:

$$\frac{5}{2} + \frac{3}{2}y - 2y = 1 \quad / \cdot 2$$

$$5 + 3y - 4y = 2$$

$$\begin{aligned}5 - y &= 2 \quad /-5 \\ -y &= -3 \quad / \cdot (-1) \\ y &= 3\end{aligned}$$

Získanú neznámu dosadíme do upravenej 1. rovnice a vypočítame neznámu x :

$$x = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} \cdot 3 = \frac{5}{2} + \frac{9}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

Skúšku správnosti robíme dosadením vypočítaných hodnôt neznámych do oboch rovníc:

$$\begin{aligned}L_1 &= 2 \in 7 - 3 \in 3 = 14 - 9 = 5 \\ P_1 &= 5 \\ \underline{L_1 = P_1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}L_2 &= 7 - 2 \in 3 = 1 \\ P_2 &= 1 \\ \underline{L_2 = P_2}\end{aligned}$$

Riešením danej sústavy je usporiadaná dvojica $[x; y] = [7; 3]$.

Vyskúšate teraz vy? Tak poďme na to!

Príklad 2:

Riešte sústavu rovníc

$$\begin{aligned}3a - 5b &= 1 \\ 4a - 3b &= 5\end{aligned}$$

s neznámymi $a, b \in \mathbb{R}$ dosadzovacou metódou.

Riešenie:

Riešením danej sústavy je usporiadaná dvojica $[a; b] = [\square; \square]$.

Kontrola Správne riešenie

Sčítacia (adičná) metóda:

Táto metóda spočíva v tom, že každú rovnicu po úprave na základný tvar napr. $2x+3y=4$ vhodne násobíme tak, aby po sčítaní oboch rovníc jedna neznáma „vypadla“.

Takto dostaneme rovnicu s jednou neznámou, ktorú vyriešime. Pri „čistej“ sčítacej metóde to isté vykonáme i s druhou neznámou. V praxi je často využívaná kombinácia sčítacej a dosadzovacej metódy, čiže jednu neznámu určíme sčítacou metódou a druhú dosadením už známej hodnoty do niektorej z rovníc.

I túto metódu si radšej ukážeme na konkrétnom príklade.

Príklad 3:

Riešte sústavu rovníc

$$\begin{aligned}2x - 3y &= 5 \\ x - 2y &= 1\end{aligned}$$

s neznámymi $x, y \in \mathbb{R}$.

Riešenie:

Chceme určiť napr. neznámu x , teda potrebujeme, aby „vypadla“ neznáma y . Násobíme teda prvú rovnicu číslom -2 a druhú rovnicu číslom 3 .

$$2x - 3y = 5 \quad / \cdot (-2)$$

$$x - 2y = 1 \quad / \cdot 3$$

$$-4x + 6y = -10$$

$$3x - 6y = 3$$

Teraz obe rovnice sčítame:

$$-4x + 3x + 6y - 6y = 3 - 10$$

$$-x = -7 \quad / \cdot (-1)$$

$$x = 7$$

Ak chceme kombinovať sčítaciu a dosadzovaciu metódu, tak hodnotu neznámej x , ktorú sme získali, dosadíme napr. do druhej rovnice za neznámu x :

$$7 - 2y = 1 \text{ a z toho } y = 3.$$

Skúšku správnosti robíme dosadením vypočítaných hodnôt neznámych do oboch rovníc:

$$E_1 = 2 \cdot 7 - 3 \cdot 3 = 14 - 9 = 5$$

$$P_1 = 5$$

$$E_1 = P_1$$

$$E_2 = 7 - 2 \cdot 3 = 1$$

$$P_2 = 1$$

$$E_2 = P_2$$

Riešením danej sústavy je usporiadaná dvojica $[x; y] = [7; 3]$.

Vyskúšate si aj sčítaciu metódu?

Príklad 4:

Riešte sústavu rovníc

$$5c - 3d = 1$$

$$-c - 7d = 15$$

s neznámymi $c, d \in \mathbb{R}$ kombináciou sčítacej a dosadzovacej metódy.

Riešenie:

Riešením danej sústavy je usporiadaná dvojica $[c; d] = [\square; \square]$.



Kontrola



Správne riešenie

Porovnávacia (komparačná) metóda:

Táto metóda spočíva v tom, že z oboch rovníc si vyjadríme tú istú neznámu.

Získané výrazy *porovnáme* a tak dostaneme rovnicu s jednou neznámou, ktorú vyriešime. Následne dosadením vypočítame i druhú neznámu.

$$2x - 3y = 5$$

$$x - 2y = 1$$

s neznámymi $x, y \in \mathbb{R}$.

Riešenie:

Z prvej rovnice si vyjadríme napr. neznámu x :

$$2x - 3y = 5 \quad / +3y$$

$$2x = 5 + 3y \quad / :2$$

$$x = \frac{5}{2} + \frac{3}{2}y$$

Z druhej rovnice si vyjadríme tiež neznámu x :

$$x - 2y = 1 \quad / +2y$$

$$x = 1 + 2y$$

Keďže sa rovnajú ľavé strany oboch rovníc, tak sa rovnajú i pravé strany týchto rovníc, takže vytvoríme rovnicu $P_1=P_2$, ktorú vyriešime:

$$1 + 2y = \frac{5}{2} + \frac{3}{2}y \quad / \cdot 2$$

$$2 + 4y = 5 + 3y \quad / - 2 - 3y$$

$$y = 3$$

Získanú hodnotu premennej y dosadíme napr. do upravenej druhej rovnice:

$$x = 1 + 2 \cdot 3 = 7$$