VÝRAZY

Výraz je matematický zápis, v ktorom sa môžu vyskutovať konštanty, premenné, symboly, zátvorky a znaky matematických operácií tak, že ak za danú premennú dosadíme číslo, výsledkom bude nejaké číslo. Poznáme výrazy **množinové** $(A \cap B) \cap C$; **číselné** $\sqrt{3}$; **s premennou** $8x-1$;**lomené** $\frac{5}{x}$

Počtový výraz

- výraz, ktorým vyjadrujeme počtové operácie s číslami v určenom poradí (ako výrazový prostriedok slúžia zátvorky)

Algebraický výraz

- každý zápis, ktorý je správne vytvorený podľa pravidiel pre zápisy čísel, premenných, výsledkov operácií a hodnôt funkcií
- tvoria ho čísla (konštanty) a písmená (premenné), ktoré sú spojené znakmi algebraických operácií ($+, -, \times, \div, ^2, \sqrt{}$), prípadne zátvorkami

Konštanta

- označuje konkrétne číslo
- je to stála stála veličina – nemení svoju hodnotu
- napr. – π, e, $\sqrt{2}$

Premenná

- ľubovoľný objekt z definičného oboru
- označuje sa malými znakmi, zvyčajne ako x

Obor definície výrazu

- množina všetkých hodnôt premenných, pre ktoré má daný výraz zmysel – ktoré ho po dosadení do výrazu zmenia na zápis čísla

Rovnosť dvoch výrazov

- dva výrazy sa rovnajú, ak sa rovnajú ich definičné obory a ak pre rovnaké hodnoty premenných dávajú rovnaké výsledky $\rightarrow V_1 = V_2$

Úprava výrazov

- nahradenie výrazu iným (jednoduchším), ktorý mu na danej množine rovná
- zjednodušením rozumieme úpravu, po ktorej výraz obsahuje čo najmenej algebraických operácií, zátvoriek, premenných, neobsahuje odmocninu v menovateli a pod. – úprava na základný tvar
- rozklad na súčin, doplnenie na štvorec $(a+b)^2+c$, odstránenie absolutnej hodnoty, odstránenie odmocniny z menovateľa, vynímanie pred zátvorku

Mnohočlen (polynóm) n-tého stupňa

- $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$
  ľubovoľné reálne čísla $a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0 \rightarrow$ koeficienty
  ak $a_n \neq 0$, tak číslo $n \in N \rightarrow$ stupeň mnohočlena (najvyšší mocniteľ premennej $x \in R$ s nenulovým koeficientom)
  $a_0 \rightarrow$ absolútny člen
- mnohočleny usporadúvame buď vzostupne alebo zostupne
- mnohočlen s viacerými premennými zapisujeme $a_k\, x_1^{k1} x_2^{k2} \ldots x_m^{km}$
- stupeň polynómu s viacerými premennými je najvyšší súčet mocniteľov premenných v jednotlivých členoch
- mnohočleny s jednou premennou sa rovnajú vtedy, keď sa rovnajú koeficienty všetkých členov rovnakého stupňa
- opačný mnohočlen vzniká vynásobením každého členu –1

Operácie s mnohočlenmi

- mnohočleny môžeme $+, -, \times, \div, ^2$
- sčitujeme a odčitujeme členy s rovnakým exponentom tej istej premennej (pri odčítavaní vlastne pripočítame opačný mnohočlen)
- rozklad mnohočlenov na súčin – vynímaním pred zátvorku/postupné vynímanie alebo použitím vzorcov

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b) \rightarrow$ nie $a^2 + b^2$

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$

$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$

- rozklad kvadratického trojčlena – ak x_1, x_2 sú korene polynómu ax^2+bx+c, kde $a \neq 0$, potom platí $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$
- $x^2+px+q = (x-x_1)(x-x_2)$, kde $p=\frac{b}{a}$, $q=\frac{c}{a}$ $\rightarrow$ $x_1 . x_2 = q$; $x_1 + x_2 = p$

Výrazy s mocninami

- **a^n**; a – základ, n – exponent, mocniteľ
- <u>s prirodzeným exponentom</u> – n-tá mocnina – $a^n = \underbrace{a . a . \ldots . a}_{\text{n činiteľov}}$, $a \in R$, $n \in N$
- <u>s celočíselným exponentom</u> – pre každé $a \in R$, $a \neq 0$ a pre každé $n \in Z$ definujeme mocniny $a^0 = 1$ $\quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$
- <u>s racionálnym exponentom</u> – pre všetky čísla $a>0$, $m \in Z$, $n \in N$ definujeme $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Pravidlá pre počítanie s mocninami, $a,b \in R$; $x,y \in N$

$a^x . a^y = a^{x+y}$

$a^x : a^y = a^{x-y}$, $a \neq 0$

$(a^x)^y = a^{xy}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$, $b \neq 0$

$(a\ .\ b)^x = a^x\ .\ b^x$

Výrazy s odmocninami

- ku každému nezápornému číslu a a ku každému n∈N existuje práve jedno nezáporné číslo b, pre ktoré platí $b^n = a$
- zapisujeme $\sqrt[n]{a} = b$, kde b je n-tá odmocnina z čísla a a číslo a sa nazýva odmocnenec (základ odmocniny), n sa nazýva odmocniteľ (exponent)

Pravidlá pre počítanie s odmocninami, a,b≥0; m,n∈N

$\sqrt[n]{a}\ .\ \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ $\quad (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$

$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$, $b \neq 0$ $\quad \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

$\sqrt[nm]{a^m} = \sqrt[n]{a}$

* $\sqrt{a^2} = |a|$ $\quad$ * $(\sqrt[n]{a})^n = \sqrt[n]{a^n} = x$

Desatinný rozvoj čísla

- všetky čísla za desatinnou čiarkou
- <u>konečný</u> – má istý počet prvkov
- <u>nekonečný</u> – pokračuje do nekonečna
- <u>periodický</u> – nekonečný, určitá postupnosť cifier sa opakuje

Pomer

- a : b, kde a>0, b>0 napr. 3 : 1
- pomer môžeme krátiť a rozširovať (oba členy deliť alebo násobiť nenulovým číslom)
- ak sú obe čísla nesúdeliteľné prirodzené čísla – pomer je v základnom tvare
- ak a:b = c:d, platí a.d = b.c

Úmera *(využitie pri rysovaní plánov, tvorbe máp - mierky)*

- <u>priama úmera</u> – koľkokrát sa zmení hodnota premennej x, tak isto sa zmení aj hodnota premennej y
- grafom je priamka; funkcia s predpisom y=k.x, kde k je smernica
- <u>nepriama úmera</u> – v akom pomere sa jedna veličina zmenší, v takom sa druhá zväčší a naopak
- grafom je hyperbola, funkcia s predpisom $y=\frac{k}{x}$, kde k je konštanta nepriamej úmery, k=x.y

Percento

- udáva časť z daného celku (základu – 100%)
- 1% = $\frac{1}{100}$ celku

Promile

- jedna tisícina (1000% je celok/základ)
- 1‰ = $\frac{1}{1000}$ celku

Úprava zloženého zlomku

- zlomok je zložený, ak jeho čitateľ, menovateľ alebo oba sú v tvare zlomku a oddeľuje ich hlavná zlomková čiara
- postupujeme buď tak, že zložený zlomok nahradíme delením dvoch zlomkov alebo podľa schémy vonkajšie krát vonkajšie lomeno vnútorné krát vnútorné

Výraz s faktoriálom

- súčin všetkých n, ktoré sú menšie alebo rovné n
- n-faktoriál, kde $n \in N_0$ definujeme → □□ = n.(n–1).(n–2).(n–3) … 3.2.1
- □□ = n.(n–1)! *(rekurentný zápis)*
- 0! = 1