# 2 Výroky

**Výrok** je oznamovacia veta, u ktorej má zmysel uvažovať, či je pravdivá, alebo nepravdivá.

- Prvočísel je nekonečne veľa. (je výrok)
- Táto veta je nepravdivá. (nie je výrok)
- Volajte s T-Mobileom zadarmo vždy a všade! (nie je výrok)

**Pravdivostná hodnota**

- za pravdivostnú hodnotu výroku považujeme pravdivosť a nepravdivosť výroku.
    - Pravdivý výrok: „1“ P(V) = 1
    - Nepravdivý výrok: „0“ P(V) = 0
- pravdivostná hodnota výroku V: P(V)

**Negácia výroku**

- negácia výroku V: (V`)
- ku každému výroku V môžeme sformulovať výrok, ktorý popiera pravdivosť tvrdenia obsiahnutého vo výroku V
    - napr. V: „Dnes ráno pršalo.“
        - V`: „ Nie je pravda, že dnes ráno pršalo.“
        - V`: „Dnes ráno nepršalo.“

**Kvantifikované výroky**

každý výrok, ktorý obsahuje kvantifikátory

- EXISTENČNÝ (malý) kvantifikátor - ∃ „existuje“
    - $V\colon \exists\, x \in N; x > 1$
    - $V'\colon \forall\, x \in N; x \leq 1$
- VŠEOBECNÝ (veľký) kvantifikátor - ∀ „pre všetky, pre každý“
    - $V\colon \forall\, x \in R; x^2 + 1 > 0$
    - $V'\colon \exists\, x \in R; x^2 + 1 \leq 0$

**Zložené výroky**

- z jednoduchých výrokov môžeme prostredníctvom spojok vytvárať súvetia, ktoré považujeme za zložené výroky
- logické spojky: a (∧ ); alebo (∨ ); ak, tak (⇒); práve vtedy, keď (⇔ )

**Konjukcia**

- zložený výrok: A a B
- označujeme ho: A ∧ B
    - napr. „Mrzne a sneží.“

**Disjunkcia** = alternatíva

- zložený výrok: A alebo B
- označujeme: $A \vee B$
  - napr. „Prší alebo padá sneh.“

**Implikácia**

- zložený výrok: ak A tak B
- označujeme: $A \Rightarrow B$
  - napr. „Ak mi nepomôžeš, tak si ma nepraj.“

**Ekvivalencia**

- zložený výrok: A práve vtedy keď B
- označujeme $A \Leftrightarrow B$
  - napr. „Šunku kúpim práve vtedy, keď nedostanem salámu.“

**Tautológia**

- výrok, ktorého pravdivostná hodnota je vždy 1 (je vždy pravdivý)

**Kontraindikáca**

- výrok, ktorý je vždy nepravdivý

**Priamy dôkaz**

- spočíva vo vytváraní sledu pravdivých implikácií tvaru: $A \Rightarrow A_1 \Rightarrow A_2 \Rightarrow A_3 \Rightarrow \ldots \Rightarrow B$
- napr. Dokážte, že platí: $\forall n \in N: 2/n \Rightarrow 2/n^2$.
  - Dôkaz priamo:
    - $2/n \Rightarrow \exists k \in N: n = 2k \Rightarrow n^2 \Rightarrow 4k^2 \Rightarrow n^2 = 2.2k^2; 2k^2 \in N;\ n^2 = 2l, l \in N \Rightarrow 2/n^2$ $ČBTD$

**Nepriamy dôkaz**

- dokazujeme ním iba vety tvaru implikácie
- spočíva v tom, že dokážeme platnosť obmenenej vety (priamo)
- $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow (B` \Rightarrow A`)$
- napr. Dokážte, že platí: $\forall n \in N: 2/n^2 \Rightarrow 2/n$.
  - Dôkaz nepriamo:
    - $V_{obm}$: $\forall n \in N: 2 \nmid n \Rightarrow 2 \nmid n^2$.
    - $2 \nmid n \Rightarrow n = 2k + 1, k \in N \Rightarrow n^2 = (2k+1)^2 \Rightarrow n^2 = 4k^2 + 4k + 1 \Rightarrow n^2 = 2(2k^2 + 2k) + 1 \Rightarrow n^2 = 2l + 1, l \in N \Rightarrow 2 \nmid n^2$ ČBTD

**Dôkaz sporom**

- ukážem nepravdivosť negovaného výroku a dôjdem k sporu ⇒ pôvodný výrok teda platí
- napr. Dokážte, že platí: $\forall n \in N : 3/n \Rightarrow 3/n^2$
    - Dôkaz sporom:
        - V`: $\forall n \in N : 3/n \wedge 3 \nmid n^2$
        - $3/n \Rightarrow \exists\, k \in N$ ; $n = 3k \Rightarrow n^2 = 9k^2 \Rightarrow n^2 = 3.3k^2$; $l \in N \Rightarrow n^2 = 3l \Rightarrow 3/n \Rightarrow$ spor s tvrdením, že $3 \nmid n^2$
- negácia neplatí, teda pôvodný výrok platí