28 Základné kombinatorické princípy

- **Pravidlo súčtu**

  Ak je úlohou zistiť počet prvkov nejakej množiny M (označme ho |M|), môžeme množinu M rozložiť na niekoľko disjunktných podmnožín: $M = M_1 \cup M_2 \cup \ldots \cup M_k$ a určiť počty prvkov množín M_i. Potom platí:

  $$|M| = |M_1| + |M_2| + \ldots + |M_k|$$

- **Pravidlo súčinu**

  Predpokladáme, že máme vybrať dva prvky a, b, pričom prvý vyberáme z konečnej neprázdnej množiny A a druhý z konečnej neprázdnej množiny B. V prípade, že výber prvku b nezávisí od výberu prvku a, je spolu |A|.|B| možností, ako vybrať tieto dva prvky.

- **Permutácie P bez opakovania**: riešia tie úlohy, ktorými sa pýtame na otázku: „Koľko existuje spôsobov, ktorými môžeme zoradiť do radu prvky neprázdnej konečnej množiny n-prvkov?“ Permutácie bez opakovania môžeme vyjadriť a následne počítať podľa nasledovného vzťahu: $P(n) = n * (n-1) * (n-2) * \ldots * 3 * 2 * 1 = n!$

- **Variácie**

  „Koľkými spôsobmi možno spomedzi n rôznych objektov vybrať k n objektov, ak záleží na poradí vyberania?“

  „Koľko usporiadaných k-tic možno vytvoriť z n prvkov?“

  Každú usporiadanú k-ticu z daných n prvkov nazývame k-prvkovou variáciou z n prvkov.

  Počet všetkých takýchto variácií označujeme V(k, n) a platí:

  $$V(k, n) = \frac{n!}{(n-k)!} = k!\binom{n}{k}$$

- **Kombinácie $C_k(n)$ bez opakovania:** odpovedá na otázku: **„**Koľko existuje takých spôsobov, ktorými môžeme spomedzi „n“ objektov vybrať „k“ takých objektov, pre ktoré platí, že „k≤ n“ pričom nezáleží na poradí vyberania?“ Alebo inak povedané, zisťujeme, koľko k-prvkových množín má daná n-prvková množina. Pri riešení takéhoto typu úloh sa riadime vzťahom:

  $$C_k(n) = \frac{V_k(n)}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

- **Variácie $V'_k(n)$ s opakovaním:** rieši také úlohy, pri ktorých hľadáme odpoveď na otázku: “Koľko existuje spôsobov, ktorým môžeme z „n“ objektov vybrať „k“ objektov, ak záleží na poradí vyberania a tieto objekty môžu byť vybraté viackrát?“ Takýto prípad riešime podľa vzťahu: $V'_k(n) = n^k$